

УНИВЕРЗИТЕТ УНИОН
БЕОГРАДСКА БАНКАРСКА АКАДЕМИЈА

Факултет за банкарство, осигурање и финансије



Сања Дончић

**Процена тржишних ризика на тржиштима у
настајању применом новог модела VaR
заснованог на неуронским мрежама
Докторска дисертација**

Београд, 2020. године

Ментор:

Проф. др Зоран Грубишић, редовни професор

**Београдска банкарска академија
Факултет за банкарство, осигурање
и финансије Универзитет Унион
Београд, Србија**

Чланови комисије:

Проф. др Периша Ивановић, редовни професор

**Београдска банкарска академија
Факултет за банкарство, осигурање
и финансије Универзитет Унион
Београд, Србија**

др Исидора Љумовић, виши научни сарадник

**Институт економских наука
Београд, Србија**

Датум одбране докторске дисертације: _____, у Београду

УНИВЕРЗИТЕТ УНИОН

БЕОГРАДСКА БАНКАРСКА АКАДЕМИЈА

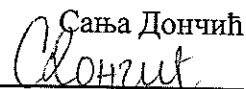
Факултет за банкарство, осигурање и финансије

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација под насловом **Процена тржишних ризика на тржиштима у настајању применом новог модела VaR заснованог на неуронским мрежама** резултат мог самосталног истраживачког рада и да су коришћене библиографске референце истинито и јасно наведене, као и да су сумарно презентоване у оквиру литературе.

У Београду 2020. године

Потпис аутора

Сања Дончић


*Својим родитељима Мирославу и Горици, брату Игору и супругу Срђану дугујем
захвалност за несебичну љубав, безусловно разумевање и безграничну подршку коју су
ми пружили.*

Овај рад посвећујем мојој Миљи.

САДРЖАЈ

Списак табела	7
Списак слика	8
Списак сраћеница	10
АПСТРАКТ	11
ABSTRACT	12
УВОД	13
Актуелност и значај теме	13
Предмет и циљ рада	15
Хипотезе и методологија	16
Садржај рада	18
Научни допринос рада	20
I Изложеност банака финансијском ризику	22
1. Појам ризика и неизвесности	22
2. Ризик у контексту Базелских стандарда за управљање ризицима	27
3. Врсте ризика у контексту Базелских стандарда за управљање ризицима	32
4. Интегрисани систем управљања ризицима у складу са Базелским стандардима	43
II Модели за процену ризика засновани на концепту вредности при ризику и условном очекиваном губитку (Value at Risk – VaR и Expected Shortfall – ES)	53
1. Фундаменталне основе концепта VaR и ES	53
2. Теоријске основе концепта VaR и ES	55
3. Класични модели за процену VaR и ES	60
3.1. <i>Модели VaR и ES засновани на претпоставкама модела случајног хода</i> 60	
3.2. <i>Модели засновани на претпоставци о идентичној и независној дистрибуцији и основама историјске симулације</i>	74
4. Напредни модели процене VaR и ES	79
4.1. <i>Модели VaR и ES засновани на техникама симулације</i>	79
4.2. <i>Модели VaR и ES засновани на хармонијском осцилатору</i>	85
4.3. <i>Модел VaR и ES заснован на неуронској мрежи</i>	88
5. Компарација апликативности анализираних модела у контексту Базел III стандарда на тржиштима у настајању	94
III Валидација модела вредности при ризику и условног очекиваног губитка (Value at Risk – VaR и Expected Shortfall – ES)	96

1. Модели за процену валидности модела VaR заснованих на Базел II стандарду	96
1.1. <i>Traffic light</i> приступ.....	97
1.2. <i>Тестови безусловног покрића</i>	99
1.3. <i>Тестови условног покрића</i>	102
2. Модели за процену валидности модела ES заснованих на Базел III стандарду	106
2.1. <i>Berkowitz-ев тест</i>	106
2.2. <i>Acerbi и Szekely тест</i>	108
2.3. <i>Righi и Ceretta-иов скраћене дистрибуције тест</i>	109
2.4. <i>Wong-ова техника седла</i>	111
3. Модели за валидацију модела за процену валидности VaR и ES модела ...	114
3.1. <i>Dufour Monte Carlo тест процедуре</i>	116
3.2. <i>Bootstrap симулација</i>	117
IV Процена тржишног ризика на изабраним тржиштима у настајању.....	120
1. Преглед ранијих емпиријских истраживања примене VaR и ES модела на изабраним тржиштима	120
2. Емпиријско истраживање	123
2.1. <i>Варијабле и методологија истраживања</i>	124
2.2. <i>Процена тржишног ризика на изабраним тржиштима</i>	126
3. <i>Тестирање валидности тестираних модела</i>	133
4. <i>Валидација резултата тестирања валидности модела применом Monte Carlo и Bootstrap симулације</i>	138
5. <i>Дискусија добијених резултата</i>	141
ЗАКЉУЧАК.....	144
ЛИТЕРАТУРА.....	148
Прилог.....	173

Списак табела

Табела 1. Матрица неизвесности

Табела 2. Најпознатији модели за оцену условне волатилности

Табела 3. Разлика између критичких вредности заснованих на коначном узорку и асимптотских критичних вредности за тест условног и безусловног покрића

Табела 4. Резултати дескриптивне анализе основних карактеристика дистрибуције приноса изабраних индекса

Табела 5. Резултати *Lagrange*-ов мултипликатор за *ARCH(2)* модел

Табела 6. Оцене параметара *GARCH(1,1)*

Табела. 7 Оцене параметара *GDP* дистрибуције тестираних индекса

Табела 8. Број и проценат прекорачења

Табела 9. Резултати безусловног и условног покрића

Табела 10. Резултати *Berkowitz*-евог теста

Табела 11. Резултати *Dufour Monte Carlo* тест процедуре

Табела 12. Резултати *Bootstrap* симулације *Berkowitz*-евог теста

Списак слика

Слика 1. Модел ризика у банкарском пословању

Слика 2. Врсте ризика пословања банака у контексту Базелских стандарда

Слика 3. Шематски приказ односа политика и стратегија поступања са ризицима

Слика 4. Процене VaR и ES

Слика 5. Графички приказ ES

Слика 6. Структура неуронске мреже модела EVT-VaR/ES

Слика 7. Алгоритам за тестирање модела

Слика 8. Кретање приноса тржишних индекса Belex15, Crobex и Sbitop20

Слика 9. АЦФ и ПАЦФ анализа Belex15

Слика 10. АЦФ и ПАЦФ анализа Crobex

Слика 11. АЦФ и ПАЦФ анализа Sbitop20

Слика A1. Одступања емпиријске од нормалне дистрибуције тржишног индекса Belex15

Слика A2. Одступања емпиријске од нормалне дистрибуције тржишног индекса Crobex

Слика A3. Одступања емпиријске од нормалне дистрибуције тржишног индекса Sbitop20

Слика A4. QQ график за Belex15

Слика A5. QQ график за Crobex

Слика A6. QQ график за Sbitop20

Слика A7. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES

Слика A8. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES

Слика A9. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES

Слика A10. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES

Слика A11. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES

Слика A12. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES

Слика A13. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES

Слика A14. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES

Слика A15. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES

Слика A16. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES

Слика A17. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES

Слика А18. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES

Слика А19. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES

Слика А20. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES

Слика А21. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES

Списак сраћеница

Autoregressive moving average - ARMA
 Autoregressive Conditional Heteroscedasticity – ARCH
 Artificial Neuron Network - ANN
 Capital Adequacy Directive - CAD3
 Conditional Value at Risk - CVaR
 Expected Shortfall - ES
 Exponentially Weighted Moving Average – EWMA
 Exponential Smoothing Approach - EXP
 Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity – EGARCH
 Extreme Value Theory – EVT
 Glosten, Jagannathan и Runkle - GJR-GARCH
 General moment method - GMM
 Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity – GARCH
 Generalized error distributions - GED
 Independently and Identically Distributed – IID
 Индекс београдске беззе најликвиднијих акција - Belex15
 Индекс словеначке беззе најликвиднијих акција - Sibtop20
 Liquidity Coverage Ratio- LCR
 Long Memory Volatility Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity – FIAGARCH
 Multy-layer perceptron - MLP
 Net Stable Funding Ratio-NSFR
 Nonlinear GARCH - NGARCH
 Општи берзански индекс загребачке берзе - Crobex
 Peak over Threshold - POT
 Power effect Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity – PGARCH
 Probability density function - PDF
 Proportion of failures - POF
 RiskMetrics RM
 Stylized properties Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity – APGARCH
 Trashold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity - TGARCH
 Value at Risk - VaR

АПСТРАКТ

У овој докторској дисертацији испитује се апликативност примене VaR и ES модела на тржиштима која се одликују одсуством претпоставке нормалности дистрибуције, појавом дебелих репова и хетероскедастичношћу, у контексту Базел III стандарда. С обзиром на то да је добро позната чињеница да када нису задовољене основне претпоставке на којима су VaR и ES модели изграђени, постоји могућност да процене ризика задовоље критеријуме безусловног покрића (*unconditional coverage*), али у појединим случајевима и услове условног покрића (*conditional coverage*), тачније услов независности дистрибуције прекорачења (*independent*). Отуда се поставља питање да ли је могуће у таквим условима да се задовољи услов валидности модела прописан правилима Базел III стандарда, који се тиче процене условног очекиваног губитка (Expected Shortfall - ES), за прописани ниво поверења.

Истраживање је спроведено на тржишма капитала Србије, Хрватске и Словеније. Тестирани индекси су BELEX15, CROBEX и SB10P20. Подаци су прикупљени са Bloomberg-овог веб сајта за период од маја 2017. до маја 2020. године. Процене VaR тржишних индекса вршиле су се у складу са захтевима Базел II и Базел III стандарда. Валидност модела процењена је применом тестова условног и безусловног покрића и применом Berkowitz-евог теста. Верификација добијених резултата извршена је применом Dufour Monte Carlo тест процедуре и Bootstrap симулације.

Тестирани модели су VCV, RiskMetrics, основни и филтрирани модел историјске симулације, као и модел који је развијен у дисертацији, а који се заснива на теорији екстремне вредности и неуронским мрежама.

Резултати истраживања указују да модели, који су развијени и прилагођени развијеним финансијским тржиштима, не пружају поуздане процене тржишног ризика на овим тржиштима. Најбоље перформансе је постигао нови модел који је развијен имајући у виду карактеристике тестираних тржишта.

Кључне речи: тржини ризик, вредност при ризику, очекивани губитак, берзански индекс, Базелски стандарди, капитални захтеви.

Научна област: Финансије

Ужа научна област: Процена ризика

ABSTRACT

The subject of research in this doctoral dissertation is to examine the possibility of valid application of VaR and ES models in markets characterized by the absence of the assumption of normal distribution, the appearance of thick tails and heteroskedasticity, in the context of Basel III standards. Given that it is a well-known fact that when the basic assumptions on which VaR and ES models are built are not met, there is a possibility that risk assessments meet the criteria of unconditional coverage, but in some cases also the conditions of conditional coverage. More precisely the condition of independence of the distribution of overdrafts (independent). This raises the question of whether it is possible in such conditions to meet the condition of validity of the model prescribed by the rules of the Basel III standard, which concerns the assessment of conditional expected loss (Ex) Shortfall - ES, for the prescribed level of confidence.

The tested indices are BELEX15, CROBEX and SBITOP20. Data were collected from Bloomberg's website for the period from 02.02.2009. to 02.02.2012. years. Estimates of VaR market indices were performed in accordance with the requirements of Basel II and Basel III standards. The validity of the model was assessed using the conditional and unconditional pork tests and the Berkowitz test. Verification of the obtained results was performed using Dufour Monte Carlo test procedure and Bootstrap simulation.

The focus of the dissertation is on empirical research, which was conducted on the example of emerging markets of the following countries: Serbia, Croatia and Slovenia. The tested models are variance-covariance, RiskMetrics, historical simulation model, volatility-weighted historical simulation model. In addition to these models, the dissertation tested the applicability of a new model developed in the dissertation, based on extreme value theory and neural networks.

The results of the research indicate that the models, which are developed and adjusted to the developed financial markets, do not provide reliable assessments of market risk in illiquid and volatile markets, such as selected markets. The best performance was achieved by a new model that was developed keeping in mind the characteristics of the tested markets.

Keywords: market risk, value at risk, expected loss, stock index, Basel standards, capital requirements.

Scientific area: Finance

Narrow scientific field: Risk estimation

УВОД

Актуелност и значај теме

За разлику од развијених тржишта, која се одликују дугом историјом трговања на берзи, те чињеницом да се дистрибуција серије приноса активе са финансијских тржишта одликује нормалношћу расподеле, односно да се кретање цена и приноса може описати моделом „случајног хода – *random walk*”, тржишта у настајању одликују се супротним карактеристикама. Серије цена и приноса финансијске активе одликују се временски променљивом и искошеном дистрибуцијом са значајно дебљим реповима у односу на расподелу која се предвиђа под претпоставком нормалности дистрибуције. Бројна емпиријска истраживања, Tokat и Wikas (2004), Dunis и Shanon (2005), Cheng et al. (2009), Zikovic, Atkan (2009), Nuti (2009), Zikovic (2014, 2015), Радивојевић, (2015), Rossignolo et al. (2012, 2013), Zikovic (2008, 2010), Diamandis et al. (2011), Şener, Baronyana и Mengütürk (2012), Rossignolo, Fethib и Shaban (2012, 2013), Cui et al. (2013), Louzis et al. (2014), Del Brio et al. (2014) и др. Радивојевић и сарадници (2016, 2017, 2018) и др. показују да серије приноса са ових тржишта нису независне случајне варијабле, које следе мартингали процес, већ међусобно значајно корелисане варијабле које показују снажну тенденцију груписања у кластере, при томе се разликују периоди велике и мале варијабилности. То значи да волатилност није константна током времена, већ да се мења. Ово се објашњава чињеницом да се на сваку нову информацију регулије на тај начин што неко купује или продаје одређену активе. Последица тога огледа се у промени њихових вредности, а са тиме и у њиховој стопи приноса. Отуда ће свака нова информација утицати на ниво раста волатилности, чија варијабилност током времена опада. Тако актива на финансијском тржишту пролази кроз фазе велике и мале варијабилности, уз напомену да учесници на финансијским тржиштима бурније реагују на негативне информације, у односу на позитивне. Другим речима, степен волатилности зависи од карактера информације. У економетрији ова појава позната је као хетероскедастичност.

Променљива волатилност током времена у супротности је са претпоставком о идентичној дистрибуцији, на којој је изграђен концепт вредности при ризику (*Value at Risk* - VaR). Поред тога, груписање волатилности у кластере, као директне последице аутокорелације, доводи до искошености дистрибуције приноса, тиме и до кршења претпоставке о нормалној дистрибуцији приноса на којој се заснива велики број модела за процену вредности финансијске активе изграђених на хипотези о ефикасности тржишта.

Последица присуства снажне аутокорелације јесте кршење друге важне претпоставке на којој је концепт VaR почива, а то је претпоставка о независној дистрибуцији приноса.

Наиме, концепт VaR изграђен је на претпоставци да принос финансијске активе представља случајну варијаблу која следи мартигнални процес. Другим речима, концепт је изграђен на премисама да се серија приноса финансијске активе може описати помоћу неке теоријске дистрибуције вероватноће. Очекивана вредност те активе у неком тренутку у будућности (t), условљена расположивим информацијама у неком тренутку из претходног периода, једнака је његовој вредности у том тренутку из претходног периода. Ово је еквивалентно претпоставци да вредности и приноси финансијске активе у различитим временским тренуцима не зависе једни од других, односно да нису временски-инваријантни: условно очекивање остаје непромењено (Радивојевић, 2014). У контексту управљања финансијским ризицима ово би значило да се принос активе не може предвидети на основу прошлих промена и ово стоји само ако и ако је текућа вредност неке активе најбоља оцена промене њене будуће вредности и ако немају меморију или у најбољем случају ако имају само кратку меморију.¹ У контексту економетријске анализе претходно речено, еквивалентно је претпоставци да принос финансијске активе представља идентично и независно дистрибуирану случајну варијаблу.

Отуда, правилна употреба концепта VaR, као и модела VaR, захтева да у сваком тренутку буду испуњени услови везани за испуњење претпоставке везане за идентичну и нормалну дистрибуцију приноса финансијске активе. Међутим, имајући у виду карактеристике финансијских тржишта у настајању, испуњење ових претпоставки није могуће. Отуда и примена самог концепта и модела VaR је упитна. Неиспуњење ових

¹ Меморија (памћење) представља квантитативне ефекте прошлих стања на (исхода процеса) на текуће стање.

претпоставки има значајних импликација у контексту примене Базелског споразума о капиталу. Процене ризика биће прецењене односно потцењене у зависности од степена некомпатибилности основних карактеристика серија приноса са тржишта у настајању са претпоставкама на којима су изграђени модели VaR. Последице и једне и друге процене по ефикасност банака су више него очигледне. У првом случају довешће до значајних одвајања капитала на име покрића потенцијалних губитака, што се негативно одражава на профитабилност и само пословање банке. У другом случају, може довести до значајних губитака, па и до банкрота банке у случају честих узастопних великих губитака, са свим негативним последицама које овакав сценарио има по читаву привреду једне земље. О последицама некомпатибилности карактеристика серија приноса са претпоставкама модела VaR најбоље сведоче истраживања о Hendricks и Hirtle (1997) и Berkowitz-a и O'Brien-a (2001).

Наиме, усвајањем Базел II стандарда, 2004. године и касније Базел III стандарда, од стране Базелског комитета, банке су добиле могућност да за управљање тржишним ризицима користе VaR и ES моделе. Међутим, правилна примена VaR и ES модела подразумева испуњеност претпоставки везаних за нормалност дистрибуције приноса, одсуство асиметрије, дебелих репова и појаве кластера волатилности. Другим речима, ефикасна употреба VaR и ES модела значи да се серије цена и приноса финансијске активе са тржишта у настајању могу представити као случајне варијабле које следе идентичну и независну дистрибуцију (*Independently and Identically Distributed – IID*).

Предмет и циљ рада

Како се дистрибуција серије приноса са тржишта у настајању одликује присуством јаке корелације, која потиче из чињенице да кретање цена финансијске активе не зависи од текућих информација везаних за ту активу, што се може описати помоћу мартингали процеса, већ да је у функцији њиховог кретања из ранијег периода, то је испуњење горе наведених претпоставки у сваком тренутку немогуће и нереално. Отуда, **предмет истраживања** је тестирање апликативности VaR и ES модела на тржиштима која се одликују одсуством претпоставке нормалности дистрибуције, појавом дебелих репова и хетероскедастичношћу, у контексту Базел III стандарда.

Наиме, добро је позната чињеница да када нису задовољене основне претпоставке на којима су VaR и ES модели изграђени, постоји могућност да процене ризика задовоље критеријуме безусловног покрића (*unconditional coverage*), али у појединим случајевима и услове условног покрића (*conditional coverage*), тачније услов независности дистрибуције прекорачења (*independent*). Међутим, поставља се питање да ли је могуће у таквим условима да се задовољи услов валидности модела прописан правилима Базел III стандарда, који се тиче процене условног очекиваног губитка (Expected Shortfall - ES), за прописани ниво поверења. Фокус ће бити на емпиријском истраживању, које је спроведено на примеру тржишта капитала Србије, Хрватске и Словеније.

Основни циљ истраживања рада је да се јесте утврди да ли класични параметарски, непараметарски и полупараметарски VaR модели могу да генеришу адекватне процене ES у контексту Базел III стандарда на тржиштима у настајању, каква су тржишта капитала Србије, Хрватске и Словеније. Фокус је на тестирању апликативности класичних VaR и ES модела, као што су варијанса-коваријанса модел, *RiskMetrics* модел, модел историјске симулације и напредних полу-параметарских модела у које су инволвиране софистициране технике оцене условне волатилности и који се заснивају на техникама симулације, и модела VaR и ES који је изграђен на примени неуронских мрежа.

Поред основног циља у раду је могуће идентификовати и три субциља.: прво, испитивање степена компатибилности карактеристика тестираних тржишта и претпоставки на којима концепт VaR почива; друго, испитивање значаја примене техника валидације *backtesting* резултата код процене VaR и ES; треће, развој новог модела VaR заснованог на примени неуронских мрежа, који ће бити адекватан за тржишта у настајању.

Хипотезе и методологија

Истраживање у дисертацији фокусирано је на испитивање следећих хипотеза:

- 1) да карактеристике изабраних тржишта у настајању одступају од претпоставки класичних параметарских модела VaR;
- 2) да на изабраним тржиштима класични непараметарски модели VaR дају боље процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста);

- 3) да у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста) полу-параметарски модели VaR генеришу супериорније процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске и непараметарске моделе VaR;
- 4) да употреба новог модела VaR заснованог на неуронским мрежама, који ће бити развијен у дисертацији, обезбеди супериорније процене условног очекиваног губитка на изабраним тржиштима капитала у односу на класичне стандардне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда.

У дисертацији су коришћени различите квалитативне и квантитативна научне методе, који треба да помогну у разумевање предмета истраживања и структурних односа између варијабли истраживања и њихових коначишта.

Истраживање апликативности концепта VaR у реалним условима, каква владају на тржиштима капитала која су предмет истраживања у овој докторској дисертацији, се заснива на теоријским сазнањима и достигнућима из *Markowitz*-еве портфолио теорије и искуствима из области управљања ризицима у банкама и другим финансијским институцијама, као и на резултатима ранијих емпиријских истраживања везаних за примену модела VaR на развијеним и неразвијеним финансијским тржиштима.

За представљање фундаменталних и теоријских основа концепта и модела VaR, као и модела за верификацију њихових резултата коришћен је дескриптивни научни метод. Аналитички научни метод коришћен је за идентификовање и анализу релевантних фактора и карактеристика изабраних тржишта која су у дисертацији спроведена у контексту идентификовања степена компатибилности карактеристика изабраних тржишта са претпоставкама концепта и примењених модела VaR. Метод компарације коришћен је за поређење, како услова који владају на изабраним тржиштима, тако и за поређење резултата процене ризика између VaR модела и резултата примене модела за њихову валидацију. Метод синтезе је такође коришћен у дисертацији, Циљ примене овог метода јесте да се синтетишу знања везана за могуност примене тестираних модела и концепта.

Карактеристике серије приноса изабраних тржишних индекса, који су коришћени као прокси за изабрана тржишта, испитиване су и тестиране различитим економетријским моделима и тестовима. Тако је за тестирање нормалности дистрибуције коришћен *Jarque-Bera* тест, док за испитивање присуства ARCH ефекта коришћен *Lagrange*-ов LM тест за испитивање ARCH ефекта (p) реда. Присуство

аутокорелације испитивано применом аутокорелационе и парцијалне аутокорелационе функције.

Валидност тестираних модела VaR, у контексту Базел II стандарда, испитана је применом теста безусловног и условног покрића, док у контексту Базел III стандарда применом *Berkowitz*-евог теста. За валидацију добијених резултата процене валидности модела VaR коришћени су *Dufour*-ова *Monte Carlo* тест процедура и *Bootstrap* модел валидације.

Метод синтезе коришћен је извођења закључака у вези са апликативношћу различитих модела VaR на тржиштима у настајању, као и ефектима и значају примене новог модела изграђеном на неуронским мрежама.

Садржај рада

Дисертација састоји од четири поглавља, поред увода и закључка.

Први део рада под називом “Изложеност банака финансијском ризику” уводног је карактера. Предмет анализе у њему јесте улога и значај ризика у банкарском пословању. У анализи у овом делу дисертације пошло се од појмовног одређивања и дефинисања ризика, али прављења дистинкције између ризика и неизвесности и представљању изложености банака овим категоријама. Ризик и неизвесност су инхерентна карактеристика сваког финансијског посла, а њихове манифестације су бројне и често без јасне границе диференцирања. Отуда, у разумевању ових категорија потребно је сагледати облике њихове манифестације, тако да је поред математичког изражавања ове две категорије у овом делу дисертације предмет анализе био и различите врсте финансијског ризика коме су свакодневно изложене банке у свом пословању. Наравно, будући да су њихове манифестације бројне, фокус је био само на оне категорије ризика које су предмет регулације од стране Базелског комитета за супервизију банака.

Полазећи од ставова бројних аутора који се баве управљањем ризицима у организацијама, на крају првог дела дисертације предложен је оквир за интегрисано управљање ризицима у банци у контексту Базелских стандарда. У развоју концепта пошло се и од уважавања специфичности банкарског пословања, почев од захтева који се односе на организацију функција и организационих јединица који се баве

управљањем ризику, па све до начина свакодневног извештавања банке о свим активностима везаним за преузимање и квантификовање ризика.

Други део дисертације посвећен је представљању и анализи модела вредности при ризику. Анализа започета је представљањем фундаменталних и техничких основа концепта VaR и ES. Најпре су представљене претпоставке на којима концепти почивају, а затим су представљен теоријске основне оба концепта. Након представљања фундаменталних и теоријских основа VaR и ES у овом делу дисертације представљени су, описани и анализирани класични модели VaR, уз напомену да је акценат на два најпознатија параметарска VaR модела, *RiskMetric* моделу и моделу варијанса-коваријанса. Ови модели почивају на претпоставци нормалности дистрибуције приноса. Предмет анализе у овом делу рада јесте најпознатији модел изграђен на претпоставци о IID тј. најпознатији непараметарским модел VaR, модел историјске симулације. Предмет интересовања у овом делу рада јесу и напредни модели VaR и ES, односно модели који у себи имају инкорпориране софистициране технике за оцену условне волатилности, као што су оцењивачи из фамилије (G)ARCH оцењивача, али и модели засновани на техникама симулације приноса. Отуда су у овом делу рада представљени модели који се заснивају на техникама симулације, као што је филтрирани модел историјске симулације и модели који се заснивају на принципима квантног осцилатора.

У овом поглављу представљен је и нови модел VaR и ES који се базира на примени неуронских мрежа. На крају овог дела рада извршена је компарација представљених модела с аспекта предности и ограничења њихове примене на тржиштима у настајању.

Трећи део дисертације, под називом „Валидација модела вредности при ризику и условног очекиваног губитка” посвећен тестовима и моделима за оцену исправности тестираних, у дисертацији, модела VaR и ES. Предмет посебног интересовања су модели који се користе за процену исправности VaR модела, као што су *Traffic light* приступ, тестови безусловног и условног покрића. Такође, предмет посебног интересовања су модели који се користе за процену валидности процене условног очекиваног губитка у контексту Базел III стандарда, као што су *Berkowitz*-ев тест, *Acerbi* и *Szekely* тест, *Righi* и *Ceretta*-ијев скраћене дистрибуције тест и *Wong*-ова техника седла. Ови модели су засновани на асимптотским претпоставкама, које није могуће испунити у реалним условима, то је потребно и резултате ових тестова подвргнути валидацији, тако да су у овом делу рада описани и анализирани модели за верификацију резултата

валидности модела за тестирање валидности VaR модела и то: *Monte Carlo* тест процедура заснована на р-вредностима и *Bootsstrap* тест.

У четвртом делу рада приказани су резултати емпиријског истраживања. Тачније у овом делу рада биће приказани резултати оригиналног емпиријског истраживања. Најпре су приказана достигнућа и налази ранијих истраживања и студија везних за ову проблематику и тржишта. Затим је објашњена методологија и варијабле истраживања. Истраживање је спроведено на финансијским тржиштима следећих земаља: Србије, Хрватске и Словеније. У истраживању су коришћени следећи индекси: Belex15, CROBEX и SBTOP20. Истраживање обухвата период од маја 2017. до маја 2020. Године. За тај период су са *Bloomberg*-овог сајта прикупљени подаци. Период од маја 2017. до маја 2019. године коришћен је за калибрирање модела. Период од маја 2019. до маја 2020. године коришћен за процену VaR и ES, уз напомену да је дужина периода у складу са правилима Базел II и III стандарда. За процену VaR модели су подешени према правилима Базел II стандарда, док се процена условног очекиваног губитка вршила у складу са упутствима Базел III стандарда. Тачније у првом случају процена ризика извршена је на дневном нивоу за ниво поверења од 99%, док је у другом случају за ниво поверења од 97,5%. У истраживању су коришћени логаритамски подаци.

За оцену параметара коришћен је софтверски пакет GRETL, уз напомену да се код оцена параметара код функције максималне веродостојности користио *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (BFGS) алгоритам. Тестирање валидности VaR модела извршено је применом теста безусловног покрића и Christoffersen-ов тест условног покрића, док ће се за тестирање валидности ES користити *Berkowitz*-ев тест. За тестирање валидности резултата тестова валидације модела VaR коришћена је *Dufour Monte Carlo* тест процедуре. Тест је спроведен на узорку величине оригиналних узорака са 10.000 понављања. За верификације валидности резултата *Berkowitz*-евог теста коришћена је *Bootstrap* симулација.

На крају су дисертације дата је дискусија добијених резултата, како би се одговорило на питање да ли је могуће прихватити или треба одбацити дефинисане хипотезе.

Научни допринос рада

Кључни допринос ове дисертације јесте развој модела заснованог на неуронским мрежама вредности при ризику који је генерисао супериорније процене ризика на

испитаним тржиштима, у односу на традиционалне и класичне VaR и ES моделе. Када се има у виду економетријски услов за добијање валидне процене и последице које по банку, али читаву привреду земље може да има примена неадекватног система за процену и управљање ризицима у банкама, јасно се може сагледати значај овог модела, не само у теоријском корпусу, већ и у практичном. Поред овог доприноса, дисертација домаћим читаоцима доноси новине и упознаје их са могућностима примене ES модела, као и примени нових техника за тестирање валидности VaR модела у складу са Базел III стандардом, будући да они до сада нису били предмет истраживања и проучавања у домаћој литератури.

Дакле, налазе и открића из ове дисертације моћи ће да користе и менаџери ризика у банкама и другим финансијским институцијама, која послују на овим и сличним тржиштима.

Први део

Изложеност банака финансијском ризику

1. Појам ризика и неизвесности

Често се у свакодневном животу појмови ризик и неизвесност поистовећују и повезују са негативним последицама. Ово је из разлога што су ова два феномена блиско повезана и међусобно преплетена², те је тешко подвући јасну дистинкцију између њих. Оба су иманентна сваком облику људског деловања и односе се на несигурност појаве будућег исхода неког догађаја. Неизвесност³ се више доживљава као интуитивна категорија која је увек присутна када постоји више могућих исхода, али за које се не зна ни да ли ће, ни када ће наступити. Другим речима, неизвесност представља несигурност појаве будућег исхода неког догађаја. Међутим, уколико постоји довољно информација везаних за могућност настанка различитих исхода неког догађаја, онда је неизвесност могуће разматрати у смислу вероватноће настанка одређеног исхода неког догађаја. Будући да се вероватноћа заснива на појави неког догађаја, то она мора имати утицај на исход тог догађаја⁴ и као таква може послужити за предвиђање појаве будућих исхода неког догађаја. Она се може утврдити на основу посматрања узорка појаве догађаја и послужити за израчунавање дистрибуције вероватноће на основу које се може одредити шанса настанка ризика, чиме се смањује неизвесност.

² Постоје аутори, попут Vernon (1981) и Diekmann *et al.* (1988), који истичу да ризик и неизвесност треба користити наизменично.

³ У литератури се наводи да постоје две врсте неизвесности: она која произилази из случајности и она је позната као *алеоторна несигурност* и неизвесност која произилази из проблемске ситуације, а чије решавање зависи од врста и квалитета одлука које се доносе. Ова врста ситуације у литератури позната је као *епизтемска несигурност*.

⁴ Merna, T., Thani, F., (2005), Corporate Risk Management, John Wiley and Sons, Chichester, p. 8

Управо, могућност да се несигурност појаве исхода неког догађаја исказе кроз шансу (вероватноћу)⁵ његове појаве представља кључну одредницу у дефинисању ризика и његовом разликовању у односу на појам неизвесност.

У скраћеном *Oxford*-овом речнику (*The Concise Oxford English Dictionary*) ризик се дефинише као опасност или hazard и односи се на могућност, односно вероватноћу да се деси неки нежељени догађај. Овакво поимање ризика јесте уобичајено код већине људи.⁶ Нажалост то је уједно и веома поједностављено поимање ризика. Не указује на могућност остваривања бенефита из послова преузимања ризика из пословања, што је основна премиса на којој почива филозофија пословања савремених финансијских институција и што је у основи свих предузетничких подухвата, а која се исказује кроз изреку “*без ризика нема ни профита*”. Ризик изражава вероватноћу настанка неког неочекиваног догађаја, који не мора, *a priori* да буде негативан.

Потврда овога може се наћи у анализи епистемолошког порекла речи ризик. Једна група аутора наводи да ризик епистемолошки води порекло од арапске речи *risq*, која се односи на шансу, могућност да се оствари профит, док друга група истиче да води порекло од латинске речи *riscum* која означава опасност, односно потенцијални губитак.⁷ Грчки дериват арапске речи *risq* који се користио у дванаестом веку односио се на шансу да се неки исход деси, без узимања у обзир да ли изазива позитивне или негативне импликације. У савременом француском језику реч *risque* углавном има негативну, али повремено и позитивну конотацију, као на пример у изреци „*qui de risque rien n'a rien*” (ништа се не добија ако се ништа не рескира). У енглески језик реч *risk* ушла је средином седамнаестог века, а изведена је од речи *risque*, што у преводу значи ризично. Међутим, временом се значење речи „ризик” мења и до његове употребе у трансакцијама осигурања у другој половини осамнаестог века његово значење се значајно променило у смислу изражавања и могућности остваривања користи од неочекиваног догађаја.

Имајући у виду претходно речено, да када се говори о ризику, у контексту пословања банка, треба правити дистинкцију између његовог поимања у ужем и ширем

⁵ У литератури која се односи на квантитативне финансије обично се говори о две врсте вероватноће у контексту дефинисања ризика: математичка вероватноћа која се може израчунати *a priori* и вероватноћа која зависи од будућих догађаја (детаљније видети у Voit, 2005).

⁶ Ollson, C., (2002), *Risk management in emerging markets*, Prentice Hall, International, p. 5.

⁷ Kedar, B. Z., (1970), “Again: Arabic Risq, Medieval Latin Riscum”, *Studi Medievali*, Centro Italiano Di Studi Sull Alto Medioevo, Spoleto.

смислу. У ужем смислу ризик изражава вероватноћу настанка губитка, док у ширем смислу односи се на вероватноћу да стварни догађај одступа у односу на очекивани, без обзира на природу последице.

Поред тога што је ризик објективна категорија, иманентна сваком облику људског делања (Радивојевић, 2014), како је већ истакнуто, битна одредница код његовог дефинисања јесте неизвесност, коју је могуће исказати вероватноћом. Полазећи од овога бројни аутори, попут Gantt-а (1983), ризик дефинишу као вероватноћу одступања стварног у односу на жељени исход неког догађаја, при томе истичући да се процена ризика заснива на очекиваном резултату условне вероватноће да ће се догађај десити, при чему се условно очекивање формира на основу историје настанка тог догађаја.

Једноставније речено, ризик дефинишу као неизвесност будућег догађаја која је детерминисана са две димензије:

- 1) простором елементарних догађаја (Ω) и
- 2) вероватноћом њиховог остваривања (P).

Младеновић и Петровић (2003) простор елементарних догађаја дефинишу као скуп свих могућих исхода неког догађаја, док вероватноћа њиховог остваривања представља шансу да ће се одређени исход догодити.

За поједине догађаје, као што је бацање новчића или коцке, познати су сви могући исходи и њихове вероватноће, док са друге стране постоје догађаји чији су могући исходи и њихове вероватноће остваривања непознати. У зависности од тога да ли су познати или не сви могући исходи одређеног догађаја, као и вероватноће њиховог остваривања разликује се следећа матрица неизвесности:⁸

Табела 1. Матрица неизвесности

Могући исходи одређеног догађаја	Вероватноћа остваривања исхода одређеног догађаја
познати	позната
познати	непозната
непознати	непозната

Извор: (Ollson., С., Risk management in emerging markets, Prentice Hall, International, 2002. p. 7)

⁸ Ollson, С., (2002), Risk management in emerging markets, Prentice Hall, International, pp. 6-7.

Најпожељнија ситуација јесте као у случају бацања новчића, где су познати сви могући исходи и њихове вероватноће остваривања. У случају бацања новчића, простор елементарних догађаја састоји се из два могућа исхода ($\Omega = \{\Pi, \Gamma\}$: 1) да ће пасти писмо и 2) да ће пасти глава, са заједничком вероватноћом остварења догађаја $P = \{\Pi/\Gamma\} = 1$, односно са вероватноћама остварења првог, односно другог исхода $P = \{\Gamma\} = 1/2$ и $P = \{\Pi\} = 1/2$. Нажалост, повећање сложености и динамичности реалног окружења овакве ситуације, у финансијском пословању, чине скоро недостижном, што се може исказати кроз следећи исказ:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (1)$$

при чему су:

$F_X(x)$ - функција вероватноће случајне варијабле

$(X \leq x)$ - вероватноћа да ће вредност случајне варијабле (X) бити мање или једнака датој вредности (x)

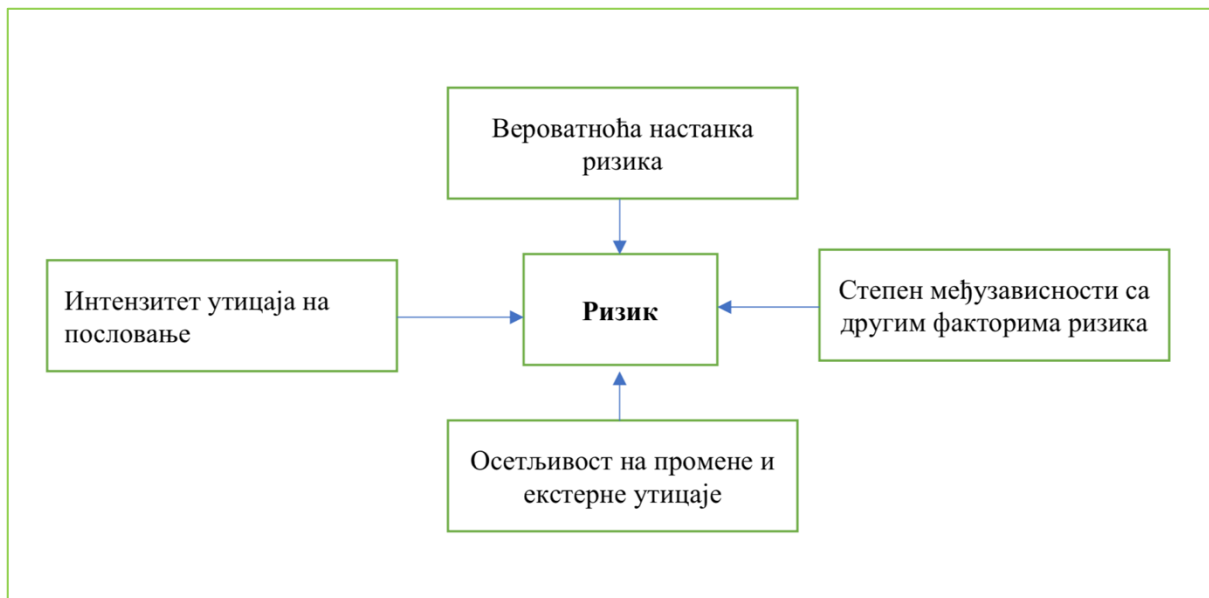
Математички посматрано, ризик се изводи из дистрибуције вероватноће случајне варијабле. У контексту финансијске теорије, ово значи да се ризик од улагања у било коју финансијску активу може извести директно из дистрибуције промене њених прошлих вредности. Отуда, не чуди чињеница зашто велики број аутора приликом дефинисања финансијског ризика полази од идеје да принос од улагања посматра као случајну варијаблу. Прихватање овакве премисе има значајних импликација по квантификовање ризика у пословним финансијама. Међутим, изненађујуће је да још увек велики број аутора финансијски ризик искључиво повезује са вероватнићом настанка губитка, при чему већа вероватноћа значи да је улагање ризичније, обратно важи.

Наиме, финансијска теорија, по правилу, “ризик” третира у ужем смислу и повезује га са потенцијалним губитком од улагања у финансијску активу, односно са негативним кретањима (флуктацијама) у новчаним токовима које генерише одређена инвестиција. Тако да се под финансијским ризиком, углавном, подразумева вероватноћа да ће настати потенцијални губитак. Другим речима, финансијски ризик представља променљивост (волатилност) приноса, која доводи до неочекиваних губитака, при чему већа волатилност значи и ризичније улагање и обратно важи. На волатилност приноса директно или индиректно утичу бројне варијабле, тзв. фактори ризика, као и интеракција између тих фактора ризика (Милојковић, 2014).

У банкарском пословању уобичајено је да се ризик повезује и са величином потенцијалног губитка којем је банка изложена, при чему већи потенцијални губитак значи ризичније улагање. Такође, ризик се посматра и у контексту интензитета утицаја одређеног нежељеног догађаја на пословање банке, али и степену независности у односу на друге факторе ризика.

Отуда, последњих година у банкарском пословању доминира концепт ризика који наглашава важност уважавања следећа четири параметра ризика: 1) вероватноћу појаве ризика; 2) озбиљност његовог утицаја; 3) подложност променама и 4) степен међузависности са другим факторима ризика. На премисама овог концепта развијен је модел ризика и може се представити као на слици. 1.

Слика 1. Модел ризика у банкарском пословању



Адаптирано према: (Merna, T., Thani, F., (2005), *Corporate Risk Management*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 10.)

Елементи модела ризика су вероватноћа настанка ризика, интензитет утицаја на пословање, осетљивост на промене и екстерне утицаје и степен међузависности са другим факторима ризика. Вероватноћа настанка ризика односи се на вероватноћу настанка губитка и процењује на основу дистрибуције вероватноће профита и губитака током одређеног временског периода, као што је то већ представљено изразом (1). Интензитет утицаја односи се на негативне консеквенце које потенцијални губитак може да произведе по даље пословање банке и исказују се у категоријама величине потенцијалног губитка и/или поремећајима у токовима прихода и трошкова. Осетљивост

на промене и екстерне утицаје односи се на утицај спољних фактора који могу да доведу до редуковања и/или елиминисања ризика или до интензивирања његовог утицаја. Степен међузависности са другим факторима ризика односи се на уважавање чињенице да магнитуда волатилности приноса од неког улагања, која доводи до неочекиваних губитака у новчаним токовима директно или индиректно детерминисана је степеном међузависности између фактора ризика. Овај елемент наглашава значај уважавања садејства између различитих фактора ризика. У квантитативним финансијама ову појаву математички први је описао *Markowitz* представљајући тзв. *mean-variance model*, што је означило развој савремене портфолио теорије.

Модел ризика наглашава да без уважавања и разматрања било којег од ова четири параметра ризика није могуће ефикасно управљање ризиком. Користи се за описивање ризичних ситуација или догађаја у моделирању ризика код било ког улагања. Модел има две битне улоге у управљању ризиком. Прва улога огледа се у генерисању одговора, тј. процени ризика. Друга улога огледа се у томе што се служи као средство комуникације јер открива и указује на факторе ризика који се не би могли узети у обзир на другачији начин.

Третирање ризика коме су изложене банке у свом пословању на овакав начин у складу је и са преовлађујућом парадигмом изграђеној на темељима портфолио теорије према којој принос портфолија представља случајну варијаблу која се може описати помоћу *Brown*-овог кретања (*Brown motion*), односно *Winner*-овог процеса и према којој ризик портфолија не представља једноставну суму индивидуалних изложености тржишном ризику, већ да је резултат интеракције изложености позиција из његовог састава различитим факторима ризика. Такође је и у складу са новом парадигмом која наглашава разлику између ризика и ризичности позиција портфолија.⁹

2. Ризик у контексту Базелских стандарда за управљање ризицима

⁹ Детаљније новој парадигми ризика портфолија видети у Robert, J., (2005), A New Paradigm for Portfolio Risk, *The Handbook of Risk*, John Wiley and Sons, New Jersey.

Од свог оснивања 1975. године¹⁰ и дефинисања првих прудеционих стандарда који се односе на управљање ризицима коме су банке изложене, па до данашњих дана поимање ризика од стране Базелског комитета за супервизију банака (*Committee on Banking Regulations and Supervisory Practices*) се није мењало. Ризик се посматра у ужем смислу. Прави се јасна дистинкција између ризика и неизвесности, при чему се фокус ставља на квантификовање степена изложености банака ризику.

Потврда претходно реченог може се пронаћи у анализи Базелских споразума о адекватности капитала, познатим под називом Базел I, II, III и IV стандард. Стандарди су дефинисани на гледишту да ризик представља неизвесност која је детерминисана поседовањем информација о утицају фактора ризика на исход. Говорећи банкарским речником, ово значи да су прудециона правила изграђена на ставу да се неизвесност иманентна одређеном улагању може редуковати поседовањем довољно информација о утицају фактора ризика на конкретно улагање, али и од степена осетљивости тог улагања на промену у факторима ризика, као и њихове међусобне условљености. Познавањем дистрибуције свих могућих вредности приноса од улагања, као и вероватноћа њиховог појављивања које су последица утицаја и промене у факторима ризика могуће је проценити ризик коме је конкретно улагање изложено. На тај начин се неизвесност улагања редукује, а степен изложености ризику квантификује. Ово је могуће само ако се располаже са довољно информација везаних за ефекте утицаја фактора ризика на конкретно улагање и вероватноћу промене у факторима ризика и њиховој корелативности. Дакле, испуњење стандарда од стране банака захтева пре свега познавање фактора ризика и њиховог утицаја и могућих ефеката од промене у њима на вредност портфолија банака.

Често се, пре свега, у домаћој литератури (Радивојевић (2014), Раденковић-Јоцић (2012)) истиче да су Базелски стандарди изграђени на парадигми да се не може прописати јединствени стандард, који ће бити добар за све финансијске институције и банке у погледу степена њихове изложености ризику, већ да свака банка у складу са својом филозофијом пословања треба да детерминише тај степен изложености. Валидност ове тврдње лако се може наћи у ставу Базелског комитета да се неизвесност,

¹⁰ Базелски комитет за супервизију банака основали су га гувернери земаља групе G10 и Луксембурга и Швајцарске, као директан одговор на пропаст немачке Herstatt банке 1974. године и последица које су из тога поизашле по стабилност међународног финансијског система.

а тиме и степен изложености ризику, може редуковати располагањем довољног сета информација. Разлика у степену изложености двеју банака са истим вредностима портфолија истом ризику детерминисана је разликом у количини информација везаних за утицај и вероватноћу промене у факторима ризика на портфолио, које банке поседују. Другим речима, детерминисан је степеном квалитета банкарског менаџмента. Банка са ефикаснијим менаџментом располагаће са више информација, а тиме ће и њен портфолио бити изложен ризику у мањем степену. У случају постојања јединственог стандарда, банка са мање квалитетнијим менаџментом тј. која располаже са мање информација, у истом је положају као и она друга банка. На тај начин се деградира значај поседовања квалитетнијег менаџмента и располагања са више информација, што је у супротности са поимањем ризика и неизвесности од стране Базелског комитета.

Међутим, иако се поимање ризика и неизвесности током године није мењало од стране Базелског комитета, током година мењао се фокус на поједине врсте, пре свега финансијског ризика. Промена фокуса била је последица промена у начину пословања банака, проширењу њених пословних активности, али последица и дешавања на финансијским тржиштима, пре свега тржишту деривата као и развоја савремених информационих технологија. Развој савремених информационих технологија у комбинацији са глобализацијом и дерегулацијом у области финансијског пословања, не само да су створили услове да банке прошире опсег својих активности и финансијских услуга које пружају својим клијентима, већ су истовремено довеле до проширења листе ризика којима су банке изложене и интензивирања њиховог дејства. У оваквим условима време које стоји банкама на располагању да реагују на промену у факторима ризика значајно се смањило, а тиме је и редукован маневарски простор који је на располагању менаџменту банке у ефикасном управљању и заштити својих портфолија. Због свега овога Базелски комитет био је принуђен да са сваким новим стандардом фокус помера од традиционалних ризика везаних за пословање банака ка нефинансијским ризицима као што је оперативни ризик.

Основан са циљем да дефинисањем правила прудеционе контроле обезбеди стабилност финансијског система и редукује услове који доводе до нелојалне конкуренције између банкарска у међународном пословању, услед постојања различитих регулаторних правила између различитих земаља у погледу захтева за коефицијената солвентности, Базелски комитет је 1988. године прописао је сет правила, познатих под називом Базел I стандард. У фокусу Базел I стандарда била је изложеност банака кредитном ризику. Стандард је прописивао да се свака позиција активне из

биланса банке пондерише одговарајућим пондером, који је детерминисан степеном изложености позиције кредитном ризику. Суштина стандарда огледала се да банке не могу да повећају обиме својих активности, а тиме и степен изложености својих билансних позиција кредитном ризику, без повећања адекватности капитала.

Са повећањем трговачких активности банака, фокус се помера са кредитног на тржишни ризик, а скуп правила који регулишу изложеност овој врсти финансијског ризика дефинисана су у тзв. Базел II стандарду. Суштина стандарда огледала се у давању могућности банкама да у зависности сопствене процене изложености тржишном ризику могу да одреде ниво адекватности капитала за покриће потенцијалних губитака. Наравно могућност да банке користе сопствене моделе за процену ризика, подразумевало је испуњење одређених, строгих правила, пре свега везаних за поштовање параметара према којима се врши процена ризика, као и у погледу испуњавања услова који се односе на доказивање валидности интерних модела. Стандард је први пут објављен 1996 године, а у већини земаља света, као обавезни стандард се примењује од 2004. године. У земљама Европске уније овај стандард усвојен је 2005. године, док је у Србији стандард усвојен у облику Одлуке о адекватности капитала Народне банке Србије. Усвајањем овог стандарда банке су добиле могућност да за процену ризика користе тзв. VaR модел за процену тржишних ризика.

Као одговор на финансијску кризу 2008. године Базелски комитет прописао сет принципа супервизије и доброг управљања ризиком ликвидности у оквиру којих је дефинисао Међународни оквир за мерење изложености ризику ликвидности. Овај сет правила познат је под називом Базел III стандард. Из самог назива оквира може се закључити да је овога пута фокус померен са тржишног на ризик ликвидности.

Наиме, избијање финансијске кризе 2008. године указало је да политике веће профитабилности, као извора капитализације и боље капиталне адекватности банака се морају водити на начин да се не угрози ликвидност (Матић, 2012). Повећања волатилности финансијских тржишта, као и рапидан развој нових финансијских инструмента деловали су не само као иницијатор, већ и као акцелератор финансијске кризе, у којој су се банке суочиле са немогућношћу прибављања потребних финансијских средстава за реализовање својих свакодневних активности, односно финансирања краткорочних обавеза и/или инвестиционих одлука без великих трансакционих трошкова. Наиме, због ниске ликвидности тржишта, односно не постајања адекватне тражње за позицијама које су банке желеле да ликвидирају, и као последице тога великих распона између bid и ask цена, банке су нарочито биле угрожене

у свом пословању када су у тим пословима биле вођене потребом да задовоље прописе централних банака који се односе на поштовање стандарда минималне стопе адекватности капитала или потребом да се редукује изложеност њихових портфолија укупном ризику. У таквим ситуацијама због великих разлика између bid и ask цена банке су биле излагане великим губицима услед великих трансакционих трошкова. Са оваквим проблемима су се суочавале банке и током Руске дужничке кризе 1998 године. Током те кризе банке су се суочиле са великим губицима услед великих трансакционих трошкова изазваних великим распоном између bid и ask цена (видети Duffie (1999), (2000), (2001), (2003)).

Како би се и у будуће избегли овакви проблеми и спречиле овакве и сличне кризе, Базелски комитет је у оквиру Базел III прописао два минимална стандарда за мерење изложености ризику ликвидности у оквиру дефинисања ратца покрића ликвидности (*Liquidity Coverage Ratio- LCR*) и ратца стабилног нето финансирања (*Net Stable Funding Ratio-NSFR*). Дефинисањем ових стандарда фокус је дефинитивно стављен на ризик ликвидности.

Са развојем тржишта деривата и све веће дерегулације у финансијском пословању у смислу повећања либерализације уласка на финансијско тржиште различитих актера чија пословања традиционално нису била везана за пружање финансијских услуга, али финансијског реинжињеринга (у смислу креирања нових финансијских инструмента и начина њиховог пласирања) оперативни ризик све више постаје значај. Тачно је да је значај овог ризика Базелски комитет препознао још дефинисањем правила за његово мерење у оквиру Базел II стандарда, међутим, примаран фокус Комитета на овај ризик стављен је дефинисањем Базел IV стандарда. Стандард је дефинисан током 2017. године али се очекује да његова пуна примена отпочне током 2022. године.

Наиме, економска криза током 2008. године показала је да ни капитални захтеви, за оперативни ризик, који су примарно били прописани Базел II стандардом нису довољни да покрију потенцијлне губитке од ове врсте ризика. Из тог разлога Базелски комитет је донео сет мера и прописа да се интерни модели процене оперативног ризика замене новим приступом.¹¹

¹¹ Детаљније видети у PWC, (2018), "Operational risk – a single standardised approach for all", Workin paper.

3. Врсте ризика у контексту Базелских стандарда за управљање ризиком

У стручној литератури из области управљања финансијским ризицима могу се наћи бројне поделе и класификације ризика коме су банке изложене у свом пословању (Jorion (2001), Coughary et al. (2001), Olsen (2002), Tappiro (2004), Chapman (2006), Gillet, Hubnar и Plunus (2010) и др). Бројност подела и класификација ризика коме су банке изложене у свом пословању резултат је разноврсности и бројности ризика коме су оне изложене, са једне стране, али и немогућности утврђивања јасне границе где престаје једна, а почиње друга врста ризика, са друге стране. Непостојање јединствене класификације и поделе јасно указује на комплексност овог феномена. У прилог ове тврдње се често наводи пример између повезаности и немогућности прављења јасне дистинкције између тржишног ризика у ужем смислу и ризика каматне стопе у случају када банке поседују отворене позиције у обвезницама. С обзиром на то да изложеност каматном ризику обвезнице имплицира ризик од негативне промене тржишне вредности обвезнице тешко је прецизно дефинисати којем је ризику банка изложена. Ствар се компликује и чињеницом да је детерминисање врсте ризика условљено и аналитичком апаратуром (концептом и моделом) која се користи за њихове третирање.

Уобичајено је да се груписање и подела ризика врши према предмету проучавања и потребама истраживања. Тако на пример када је предмет проучавања генерално пословање банака уобичајена подела ризика јесте на ризик земље и финансијски ризик. Први представља одраз правно-политичке, економске и социо-друштвене (не)стабилности земље у којој банка послује. Може се манифестовати у бројним облицима, као што су правно-регулативни ризик, ризик од губитка суверенитета, експропријације земљишта и конфискације имовине, ризик трансфера, ризик неплаћања и сл. На ову врсту ризика банке или немају или имају веома мало утицаја. Други ризик представља одраз предузетих пословних активности и везан је за могућност настанака губитка услед, по банку, неповољних кретања и дешавања на тржишту. За разлику од ризика земље или како га поједини аутори означавају, као општи¹² ризик, за финансијски ризик карактеристично је да банке имају велику контролу над овом врстом ризика. Слична овој подели јесте и подела на ризике који произилазе из пословног окружења и

¹² Цветиновић, М., (2008), *Управљање ризицима у финансијском пословању*, Сингидунум, Београд, стр. 9.

интерне ризике који су последица предузимања активности које су искључиво под контролом банке.¹³

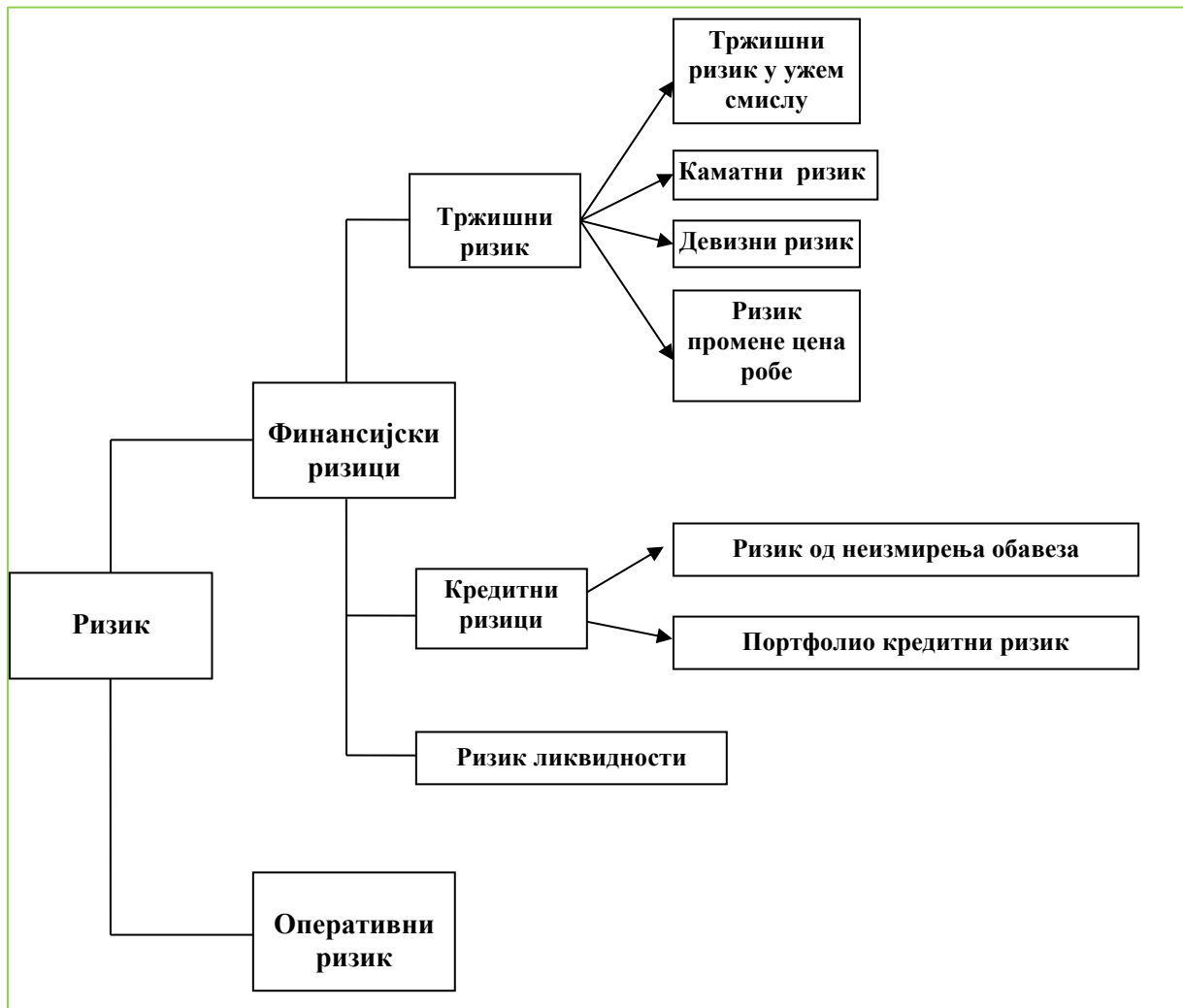
Када је фокус истраживања ужи, рецимо управљањем портфолиом банке, тада се класификације ризика углавном фокусира на поделу финансијског ризика према одређеним економским и финансијским критеријумима.

За потребе ове дисертације подела ризика коме су банке изложене извршена је уважавајући значај који Базелски комитет придаје разлитичим врста ризика, а за које сматра да су од круцијалне важности за ефикасно пословање банака.

Имајући у виду претходно речено, ризик коме су банке изложене у свом пославњу може се поделити као што је представљено на слици 2.

¹³ Chapman, R., (2006), *Simple tools, techniques for enterprise risk management*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 207.

Слика 2. Врсте ризика пословања банака у контексту Базелских стандарда



Извор: (Аутор)

Као што је представљено на слици 1 ризик коме су банке изложене, примарно, у свом пословању може се поделити на четири врсте: тржишни, кредитни ризик, ризик ликвидности и оперативни ризик. Прве три групе ризика спадају у финансијски ризик, док оперативни спада у нефинансијски ризик.

Тржишни ризик представља финансијски ризик који потиче од кретања и дешавања на финансијским тржиштима, а која се негативно одражавају на промене тржишних вредности банкарских портфолија. Bessis, (2002), тржишни ризик дефинише као ризик од негативних одступања вредности отворене трговачке позиције на основу цена на затварању у портфолију банке који је предмет трговања од очекиване вредности, током периода потребног да се затвори позиција. Отуда, наводи да он постоји само док се отворена позиција не затвори (ликвидира). Тржишни ризик се може манифестовати у

четири облика у зависности од фактора ризика који доводи до редуковања вредности портфолија банака. У том контексту разликује се тржишни ризик у ужем смислу, каматни ризик, валутни ризик и ценовни ризик.

Тржишни ризик у ужем смислу или како се често у литератури означава као ризик волатилности потиче од негативних промена вредности или цена хартија од вредности и финансијских деривата који су саставу портфолија банке. Други тип тржишног ризика односи се на ризик од неповољних промена каматних стопа на тржишту, док се трећи и четврти тип ризика односе на неповољну промену вредности домаће валуте и интервалутних курсева светских валута, односно на неповољну промену цена роба на тржишту.

Независно о којем типу тржишног ризика је реч, укупан тржишни ризик може се раздвојити на две компоненте: системски ризик, који произилази из карактеристика реалног окружења и несистемску компоненту ризика која потиче из карактеристика пласмана у које је извршено улагање.¹⁴ Спознаја да се укупни тржишни ризик може поделити на системску и несистемску компоненту значајна је с аспекта ефикасног управљања портфолиом, будући да се несистемска компонента ризика ефикасном диверсификацијом може у потпуности елиминисати. Од способности менаџмента банке зависи у ком обиму ће успети да редукују ову компоненту, с обзиром на то да формирање ефикасног портфолија не подразумева улагање у хартије од вредности са најпожељнијим карактеристикама, у смислу високе стопе приноса или ниског ризика, већ улагање у оне које у међусобној корелацији генеришу најнижу коваријансу. Циљ је уложити у две или више различитих актива чији се принос креће у различитом смеру, тако да се појединачни губици компензују приносом укупног пласмана, како би се укупан тржишни ризик свео само на системску компоненту. У финансијској теорији, овакви пласмани називају се портфолио улагања, а портфолији који су изложени само системском ризику називају се ефикасним портфолијима. Формирањем ефикасног портфолија значи да се на тржишту не може направити боља комбинација улагања за дату циљну стопу приноса уз нижи ризик, односно за дату циљну стопу ризика уз већу стопу приноса. У том случају ће банке издвајати мање средстава за задовољавање минималне стопе адекватности капитала услед изложености тржишном ризику у односу

¹⁴ Са аспекта управљања укупним ризиком, могућност разграничења тржишног ризика на системску и несистемску компоненту је од изузетног значаја, будући да се ефикасном диверсификацијом пласма укупан ризик улагања може свести само на системски ризик.

на банку која поседује неефикасан портфолио исте вредности, што ће се повољно одразити на њену профитабилност јер мањи износ капитала издваја за покриће потенцијалних губитака. Другим речима, превисок ниво адекватности капитала онемогућава остваривање адекватних стопа приноса што се негативно одражава на профитабилност пословања. Други позитиван ефекат јесте очување стабилности банкарског сектора јер ће банке бити изложене мањем степену ризика.

Кредитни ризик представља најзначајнију врсту ризика коме су банке изложене у свом пословању. Ово је и разумљиво када се зна да су банке примарно оријентисане на послове пласирања кредита. По дефиницији банке, иначе, представљају финансијске институције чија је примарна делатност везана за прикупљање средстава од финансијски суфицитарних трансактора и њихову алокацију на финансијски дефицитарне трансакторе. Отуда и не чуди да је највећи део вредности позиција портфолија банака изложен кредитном ризику, који се дефинише као ризик да дужник неће бити у стању да испуни своју новчану обавезу према банци, у потпуности или делимично, на време и под условима постављеним у уговору (Вујновић, 2007). Другим речима, према *Tarrier*-у (2004), у ширем значењу кредитни ризик означава ризик од смањења кредитног рејтинга дужника или емитента хартије од вредности, при чему се повећава вероватноћа неизмирења предузетих обавеза. У основни постоје два типа кредитног ризика: 1) ризик појединачне трансакције (*stand – alone risk*), који потиче из неизмирења обавеза једне од страна из финансијског уговора и 2) портфолио кредитни ризик, који представља збир ризика индивидуалних кредитних пласмана и резултира из деградације кредитне способности дужника и/или промене услова на финансијском тржишту и економском окружењу. Први је везан за неизвесност пословања дужника и повезан је са вероватноћом смањењем његовог кредитног рејтинга, док је други везан за квалитет позиција порфолија које се односе на кредитне пласмане. Отуда, степен изложености овом типу кредитног ризика је условљен структуром кредитних пласмана, вероватноћом наступа ризика појединачне трансакције и квалитетом колатерала који се користи за њихово обезбеђење. Квалитет колатерала, пре свега огледа се у његовој вредности и могућности да се ликвидира на тржишту у разумном року и без значајних трансакционих трошкова. У зависности од брзине којом може да се ликвидира на тржишту и по којој вредности зависи величина губитка банке услед изложености кредитном ризику.

Ризик ликвидности представља ризик да банке неће имати довољно финансијских средства за измиревање обавеза о роковима њиховог доспећа, односно ризик да ће банка на тржишту своју активу да прода по знатно нижој цени од њене

стварне вредности, што ће се негативно рефлектовати на њен финансијски резултат и капитал. Другим речима, то је ризик који се јавља са променом ликвидне позиције банке у којој њена ликвидна актива није довољна за измирење обавеза (Радивојевић, 2014) и изражава се као рацио однос између суме ликвидних потраживања првог и другог реда и суме обавеза по виђењу без уговореног и са уговореним роком доспећа.

Иако овако дефинисан ризик ликвидности изгледа лако разумљив и једноставан за интерпретацију, ипак у пословним и стручним круговима он представља веома збуњујућу тему. Комплексност у третирању овог ризика се јавља када се у разматрање уврсти питање како га проценити и мерити. Већина финансијских институција издваја значајна ликвидна средства за покриће овог ризика. Међутим, ту се јавља ризик да ли ће та средства моћи на тржишту да ликвидирају по цени која је еквивалентна вредности те активе у условима ефикасног тржишта, без значајних трансакционих трошкова. Отуда, једна група аутора истиче да се ризик ликвидности треба тумачити у контексту ризика да банака буде изложена великим трансакционим трошковима. Према овом приступу изложеност овом ризику треба исказивати у категорији разлике између *bid* и *ask* цене позиције која се ликвидира.

Други приступ у изражавању изложености овом ризику полази од става да га треба изражавати у категорији разлике између понуде и тражње за одређеном активом, што се у крајњој инстанци рефлектује као ризик од снижења продајне цене активе. Отуда, када се говори о ризику ликвидности треба правити разлику између ризика трансакционих трошкова и ризика од депресијације вредности активе услед неликвидности тржишта.

Malz (2004) посебно напомиње да су банке значајно осетљиве на ову врсту ризика. Наводи да су два разлога томе. Прво, банке су веома ограничене у погледу могућности држања отвореним одређене позиције у дугом року. Ова могућност лимитирана је (не)усклађеношћу рочном структуром између њених пласмана и извора средства. Позната је рочна неусклађеност између дугорочних пласмана и краткорочних извора. Из овог разлога банке нису у могућности да у случају неликвидности тржишта задрже своје позиције отвореним и ликвидирају их када тржишни услови постану бољи, већ су приморане да их затворе по неповољнијим условима (депресираној вредности) и високим трансакционим трошковима. У овом контексту, процена изложености ризику ликвидности своди се на процену раста депозита и потребе да се ангажују додатни извори средстава, а потреба да се управља ризиком ликвидности произилази из потребе да се осигура покриће очекиваних повлачења краткорочних депозита. У случају

одобравања већег износа кредита или веће стопе раста кредита у односу на стопу раста и обима депозита и других извора средстава, банка ће запасти у проблем неликвидности. Последица дугорочније неликвидности биће несолвентност банке, што репрезентује ситуацију да капитал банке није довољан да се покрију њене обавезе.

Други разлог је тај што је овај ризик уско повезан са осталим финансијским ризицима. Наиме, недостатак ликвидних средстава банке може да буде директна последица изложености банке кредитном ризику. Уколико дужник не измири своје обавезе под условима који су дефинисани уговором о кредитирању, последица тога је појава ризика ликвидности. Исто је и у случају да банке имају значајне позиције портфолијима које се односе на девизе и стране валуте. Тако негативне промена у девизним курсевима ће генерисати негативна кретања у будућим новчаним токовима банке што ће довести до појаве ризика ликвидности.

На основу претходно реченог, може се извести закључак да се ризик ликвидности може манифестовати и кроз друге облике, осим као ризик трансакције и смањења вредности активе. Стављањем новчаних токова у различите временске размаке на основу вероватноће будућег понашања активе, обавеза и ванбилансних ставки, могуће је ризик ликвидности посматрати у категоријама ризика финансирања, ризика времена (енг. *time risk*) и ризика од позива (енг. *call risks*). Ризик финансирања односи се на ризик да се нето новчани токови замене услед неочекиваног повлачења депозита или не обнављања уговора о штедњи са клијентима. То је ризик које је везан за неусклађеност рочне структуре. Ризик времена се односи на ризик да се надокнаде ликвидна средства услед измирења обавеза дужника или немогућности ликвидирања активе услед њене конверзије у некавалитетну активу. Трећа категорија ризика ликвидности односи се на немогућност предузимања профитабилних улагања услед кристализације (препознавања) будућих обавеза.

Оперативни ризик представља ризик од губитка који настају због неадекватних система, неуспелих унутрашњих процеса, неуспеха менаџмента, погрешне контроле, обмане и људске грешке, али и услед спољних утицаја и догађаја који нису везани за финансијске ризике.¹⁵ (Basel Committet, 2006). Овако дефинисан оперативни ризик покрива широк спектар догађаја који негативно утичу на финансијски резултат банке

¹⁵ Basel Committet on Banking Superviosin, (2006), Bank for international Settlements.

Gillet, R., Hubnar, G., Plunus, S., (2010), Operativni rizik i regulative u finansijskoj industriji, *Journal of Banking and Finance*, No. 34, p. 224-235.

или доведе до значајних поремећаја у њеним будућим новчаним токовима. Gillet и сарадници (2010) истичу да овако дефинисан оперативни ризик укључује и правни ризик, али не обухвата стратегијски ризик, који се односи на ризик од потенцијалних губитака услед погрешних одлука и/или погрешних реакција на промене у екстерном окружењу.¹⁶

Иако је ова врста ризика присутна у банкарском пословању од њеног настанка, интересовање за његову процену и мерење значајно расте током последњих деценија двадесетог века. Тачније, значајније интересовање за ову врсту ризика почиње од када је Базелски комитет, у оквиру Базел II стандарда, прописао низ правила које се односе на процену и мерење степена изложености оперативном ризику, као и услова који морају банке да испуне да би могле да користе интерне моделе за израчунавање стопе адекватности капитала за његово покриће. Рапидан раст интересовања за оперативни ризик јавља се последњих пар година, а изазван је брзим развојем савремене информационе технологије и проширивањем опсега услуга које банке пружају својим клијентима.

Базелски Комитет је идентификовао је пет главних узрочника појаве оперативног ризика који имају потенцијал да резултирају у знатним губицима у пословању банака и то су:¹⁷ а) интерна обмана/људски фактор - намерно погрешно извештавање о позицијама, нелегално присвајање имовине од стране запослених и инсајдер трговање за сопствени рачун запосленог; екстерна обмана, б) пљачка, фалсификовање, штета од компјутерског хаковања; ц) пракса везана за запослене и безбедност на радном месту - захтеви радника за одштету, кршење правила о здрављу и безбедности на раду, активности организованог рада, тврдње у вези дискриминације и општа одговорност; д) неиспуњење повереничких обавеза, злоупотреба поверљивих информација о клијентима, неприкладне трговачке активности на рачуну банке, прање новца и продаја неовлашћених производа; е) физичка оштећења имовине услед дејства спољних фактора као што су природне катастрофе (земљотреси, поплаве, вулкани итд.) или катастрофе изазване ратовима, пљачкама, тероризмом и вандализмима.

¹⁶ Alam, S., et al. (2016), *Integrated Risk Management, Guidelines for Financial Institutions*, p. 84.

¹⁷ Basel Committee on Banking Supervision, *Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk*, februar 2003. p. 23.

Колико је утицај ових фактора најбоље се може сагледати кроз податак да у Републици Србији око 50% губитака у банкама последица је људске грешке, а да је преко 70% финансијских губитака банке узроковано преварама од стране клијената.¹⁸

Основан карактеристика оперативног ризика јесте да он може бити изазван намерним али и ненамерним активностима и догађајима. Осим утицаја спољних догађаја изазваних природним катастрофама, Базелски комитет истраживачки третира само оне узрочнике који потичу из слободне воље, односно свесне намере. Међутим, када се говори о људском фактору као узрочнику оперативног ризика треба имати у виду да он може бити последица и ненамерних (случајних) грешака запоселених и њихове недовољне обучености. Независно од тога, Norcher (2005) наводи да су људи критични за функционисање сваке организације, и да из перспективе управљања ризиком, они често представљају један од њених најзначајнијих узрочника оперативног ризика.

Од избијања финансијске кризе 2008. године посебан предмет интересовања у вези с овом врстом покретача ризика јесте ризик моралног хазарда. Реч је о ризику који је повезан са свесним деловањем запослених у банци да подситчу и предузимају активности које нису пожељне за власнике, излажући портфолио банке већем од потребног ризика, како би кроз разне награде и бонусе остварили личну корист. Иначе уопштено говорећи ризик моралног хазарда манифестује се као спремност једне уговорене стране да преузима необичне ризике, односно да у уговореним односима не наступа у доброј вери (Матић, 2017). Изложеност овом ризику у финансијском сектору лако достиже системску димензију, нарочито када су у питању велике банке. У банкарском пословању могу се идентификовати два аспекта ризика моралног хазарда, микро аспект и системски аспект ризика моралног хазарда. Микро аспект јавља се на релацији између корисник кредита и кредитора, као последице постојања асиметрије информација. Кредити се одобравају клијентима који имају високу стопу неизвршења обавеза. Такве активности су у супротности са интересима банке и њених власника. Системски аспект моралног хазарда јавља се у креирању пословног амбијента у коме се зна да ће велике банке бити заштићене од банкротства услед неадекватног управљања ризицима, а што се може описати изреком *“сувише велики да би пропали”*. Наиме, овакав став занива се на чињеници да слом великих банака доводи до ланчаних реакција која доводе до колапса финансијског система .

¹⁸ Knezevic, M., (2013), "Operational risks: Challenges for Banking industry", *EA*, Vol. 46, No. 1-2, pp. 40-52.

Друга карактеристика оперативног ризика јесте да је ризичне догађаје везане за поједине његове узрочнике лако могу препознати, а везане за друге, тешко. Тако када се ради о ризицима који су повезани са ИТ системима, лако се могу идентификовати ризични догађаји почев од квара на хардверу, па до злоупотребе над базама података (Кнежевић, 2013). Међутим, када је реч о преварама и моралном хазарду, ситуација је значајно комплекснија и врло често се ризик идентификује тек када наступи негативни догађај. Најтежа ситуација је у случају мањкавости и слабости интерних процедура и процеса. Ризик који произлази из процеса и поступака укључује ризик од штетних последица као последица недостајућих или неефикасних процеса, поступака, контрола или провера и равнотеже. Ова врста узрочника оперативног ризика још увек није довољно третирана у банкама. Претпоставља се да је главни разлог за то што захтева значајно ангажовање менаџмента банке у њиховом идентификовању и касније у дефинисању и имплементацији корективних мера. Из тог разлога поједини аутори истичу да се кључ за ефикасно управљање оперативним ризиком налази у способности банке да процени осетљивост својих процедура на узрочнике оперативног ризика и успостави процедуре које ће обезбедити контролу над њима као заштитну меру од њиховог утицаја. Посебан изазов у вези с овом врстом покретача оперативног ризика је препознавање слабости које произилазе из проблема ризика моралног хазарда (Савић, 2012). Похлепа менаџера банке за већим бонусима сматра се главним узрочником финансијске кризе 2008. године. Такође, чувени скандал са ЛИБОР-ом сматра се да је последица похлепе менаџера банке за великим бонусима и наградама.

Трећа специфичност оперативног ризика јесте чињеница да над појединим његовим узрочницима банка може да оствари потпуну контролу, јер егзистирају у оквиру банке, док они везани за екстерне елементе су у потпуности изван њене контроле. Тако банка може да има потпуно контролу на понашање својих запослених, квалитет опреме, процедура и процеса, али не може да утиче на природне катастрофе, ратове, тероризам, преваре од стране клијената и других екстерних интересних група.

Последица претходно реченог огледа се у немогућности или прецизније речено у тешкоћи избора адекватне стратегије за ублажавање оперативног ризика.

С аспекта процене и мерења изложености банке оперативном ризику, главна његова карактеристика јесте велика диспропорција између вероватноће јављања ризичног догађаја и магнитуде губитка који изазива. Наиме, догађаји који имају катастрофалне последице по банку јављају се једанпут или ни једанпут у животном циклусу банке, док учесталост јављања догађаја који имају релативно мале последице

по пословање банке је прилично висока. Ова велика неусклађеност између учесталости и озбиљности последица ствара проблем у валидном предвиђању губитака на основу дистрибуције вероватноће губитка. Услед велике фреквенције јављања догађаја који имају мале последице по пословање банака, расподела вероватноће губитака услед оперативног ризика ће показивати значајне особине лептокуртичне дистрибуције, тј. дистрибуције са дебелим реповима што указује на велику вероватноћу настанка губитка. Али како су ти губици релативно мали, то немају велики значај с апспекта одређивања минималне стопе адекватности капитала. Међутим, проблем се јавља јер је у тој вероватноћи укључена и вероватноћа настанка катастрофалног догађаја за које банке у случају настанка није спремна да их покрије. Уколико би банка издвајала средства сходно вероватноћи настанака ризичног догађаја (у складу са дебелим реповима, односно вредности коефицијента куртозиса), односно довољно капитала за покриће потенцијалних губитака у случају најгорег могућег сценарија, то ће се негативно одразити на њену профитабилност јер велики износ капитала неће моћи да пласира. У случају да је ризик прецењен, банка ће непотребно издвајати додатни капитал, што ће утицати на повећање трошкова капитала, а тиме и на смањене стопе приноса на укупну активу банке. Тако да ће се и ово негативно одразити на њене перформансе.

Уколико би се изоловано посматрали само догађаји који имају потенцијал да генеришу мале губитке, тј. посматрали само високо фреквентни догађаји, могуће је изградити валидну дистрибуцију вероватноће губитка, те на основу ње предвидети очекивани потенцијални губитак што представља основу за утврђивање адекватности капитала за покриће оперативног ризика. Међутим, како се дистрибуција вероватноће губитака услед катастрофалних догађаја тешко може моделирати јер нема довољно историјских података о појављивању таквих догађаја, јер се нису ни догађали унутар банке, из тог разлога тешко, скоро и немогуће, утврдити ниво адекватности капитала.

Тешкоће у процени потенцијалног губитка услед изложености оперативном ризику проистиче и из чињенице да су последице овог повезане и са другим врстама финансијског ризика. Тако на пример пад тржишних цена акција банке услед негативних догађаја изазваних изложености банке оперативном ризику представља губитак који се третира као последица изложености тржишном, а не оперативном ризику. Консеквенца овога је да је стварни губитак услед изложености оперативном ризику већи него што се може предвидети на основу дистрибуције вероватноће губитака по основу изложености оперативном ризику.

Имајући у виду све претходно речено у вези оперативног ризика, а пре свега узрок настанка финансијске кризе 2008. као и озбиљност њених консеквенци, не чуди што је Базелски комитет¹⁹ још 2010 године, покренуо иницијативу према лидерима Г20 за ублажавање изложености банка према оперативном ризику, која је формализована у облику документа под називом *Кључни атрибути режима реорганизације*.

4. Интегрисани систем управљања ризицима у складу са Базелским стандардима

Немогућност једноставног утврђивања јасне границе где престаје једна и почиње друга врста ризика којем су банке изложене у свом пословању, како с аспекта узрочника, тако и с аспекта њихових последица, утицали су на Базелски комитет, да кроз систем својих стандарда, познатих као Базел I, II, III и IV стандард, утиче на банке да делују у правцу развоја интегрисаног система управљања ризицима.²⁰ Базелски комитет оставио је потпуну слободу банкама, да сходно пословним политикама, изграде одговарајући систем интегрисаног управљања ризицима, при томе промовишући идеју да се банке разликују у погледу ризичности својих портфолија и да банкама треба омогућити да саме врше процену изложености укупном ризику, али уз уважавање захтева да се управља свим ризицима и на свим нивоима.

У контексту претходно реченог, оквир за интегрисано управљање ризицима банке у складу са Базелским стандардима треба да обухвати све ризике, процес/системе и поступке за управљање тим ризицима, као и улоге и одговорности организационих јединица и појединаца који су укључени у процес управљања ризиком. То у првом реду захтева да оквир буде довољно свеобухватан да обухвати све ризике којима је банка изложена, али и довољно флексибилан у смислу лаког прилагођавања на све промене у пословним активностима.

¹⁹ Сматра се да је пропаст *Barings* банке био главни покретач да Базелски комитет пропише сет правила и стандарда за управљање оперативним ризиком.

²⁰ Вероватно први познати систем управљања ризицима јавља се у периоду од 1709. до 1669. пре нове ере у време владавине Хамурабија. Хамураби је донео закон по су коме власници бродова могли да добију зајам за финансирање трговине теретом, који у случају бродолома нису били у обавези да врате. Ово се сматра и првим пословима осигурања од ризика од губитка терета услед бродолома.

Полазећи од става Мерна и Thani (2005) да управљање ризицима представља суштински део процеса пранирања који:²¹

- 1) прихвата постојање несигурности и неизвесности у одлукама о улагању;
- 2) генерише структуралне одговоре на ризик у смислу алтернативних планова, решења и непредвиђених ситуација;
- 3) утиче на ставове запослених у смислу њихове припремљености у случају наступања нежељеног догађаја,

могуће је предложити следећи оквир интегрисаног управљања ризицима у складу са Базелским стандардима, у коме кључне елементне чине:

- 1) активна улога највишег менаџмента и управног одбора банке у надзору и контроли управљања ризицима;
- 2) постојање адекватних политика, процедура и ограничења везаних за поступање са ризиком;
- 3) поседовање адекватног информационог система за процену, мерење, надгледање и извештавање о ризицима;
- 4) свеобухватна интерна контрола.

С обзиром на то, да према Базелским стандардима²², највиши менаџмент има крајњу одговорност за ниво ризика којима су изложене банке, то у систему интегрисаног управљања ризицима он треба да има кључну улогу у одобравању свеукупне пословне стратегије и значајне политике, укључујући и оне које се односе на управљање и преузимање ризика. Такође би требало да обезбеди да линијски и оперативни менаџмент у потпуности буду у стању да управљају активностима које њихове институције свакодневно спроводе. Сходно томе, највиши менаџмент треба да буде у потпуности укључен у активности својих институција и да поседује довољно знања о свим главним пословним линијама, како би се осигурало постојање одговарајућих политика, контрола и мониторинг ризика, као и линије овлашћења и одговорности. Поред тога, требало би да предузме кораке за развијање одговарајућег разумевања ризика са којима се банка суочава. Будући да је одговоран за спровођење стратегија на начин који ограничава ризике повезане са сваком стратегијом и који обезбеђује усклађеност са законима и

²¹ Merna, T., Thani, F., (2005), *Corporate Risk Management*, John Wiley and Sons, Chichester. p. 35.

²² У Базелски стандарди изграђени су на идеји да највиши менаџмент банке мора да има активну улогу у свакодневним активностима и процесима везаним за управљање ризицима и то на свим организационим нивоима банке.

прописима, то се од њега очекује да буде одговоран за успостављање и комуницирање снажне свести за поштовањем високих етичких стандарда у унутрашњим контролама и управљању ризицима. Испуњавање ових одговорности захтева да највиши менаџмент банке детаљно познаје активности које њихова институција спроводи, укључујући природу унутрашњих контрола неопходних за ограничавање повезаних ризика. Услов за испуњење ових захтева јесте поседовање ефикасног система извештавања о свим активностима и дешавањима. Како би се ово постигло потребно је да се у интегрисан систем управљања ризицима банке обезбеди постојање независне особе одговорне за преглед ефикасности и придржавање политика и пракси управљања ризиком. То може бити интерни или екстерни ревизор или било које друго лице које мора да буде независно од јединица које преузимају ризик. На овај начин се уједно и задовољава захтев Базелског комитета везаног за независно извештавање о ризицима у банкама. Да би ово лице или организациона јединица били успешни у обављању ових послова, од највишег менаџмента се очекује да им обезбеди довољан ниво ауторитета.

Постојање адекватних политика, процедура и ограничења везаних за поступање са ризиком односи се на захтев да све политике и процедуре везане за управљање ризиком буду прилагођене врстама ризика које произилазе из активности банака. Другим речима, подразумева да буду у складу са сложеностју и величином посла, циљевима и укупном финансијском снагом банке. Једном када су ризици правилно идентификовани, политике институције и њене детаљније артикулиране процедуре пружају детаљне смернице за свакодневно спровођење широких пословних стратегија, укључујући и ограничења која су створена да заштите банку од прекомерних и непромишљених ризика. Истовремено мора се водити рачуна да политике и процедуре буду довољно флексибилне у смислу лаког прилагођавања турбулентном окружењу.

Изградња адекватних политика и процедура уједно је и најтеже остварив задатак јер подразумева широк дијапазон активности, процеса и процедуре, почев од оних везаних за идентификовање ризика, преко анализе последица, па све до предузимања одговарајућих стратегија везаних за поступање са ризиком.

Идентификовање ризика подразумева скуп активности и процедуре које се односе на препознавање ризика и неизвесности коме су банке изложене. Прецизније речено, подразумева препознавање и разумевање кључних фактора и узрочника ризика који доводе до негативних поремећаја у будућим новчаним токовима банке и уопште на резултат пословања и у крајњој инстанци на капитал банке. Понекад једноставно идентификовање ризика представља критичан проблем у процесу интегрисаног

управљања ризицима у банкама. Разлози за то су бројни. Најбољи пример за то јесте оперативни ризик. Главни изазов код идентификовања и описивања овог ризика јесте његов латентни карактер, одсуство података и реткост појављивања катастрофалних догађаја. За разлику од тржишног ризика за који постоји много јавно доступних података, као и кредитног ризика за који постоји довољно интерно доступних података, веома је мало података о оперативном ризику. Штавише, подаци о врло великим губицима који спадају у реп функције дистрибуције вероватноће губитака скоро да и не постоје.

Идентификација ризика, као поделемент интегрисаног система управљања ризицима подразумева постојање адекватних процедура и поступака за описивање активности (услуге или врсте улагања) које банка спроводи, потребних материјалних и нематеријалних ресурса и средстава за њихову реализацију, укључујући радну снагу и време, али и услова на тржишту и екстерном окружењу. Запослени у банци треба да буду упознати њима и да су им на располагању. А како је крајњи исход овог процеса препознавање фактора, симптома и појавних облика различитих врста ризика то запослени морају да буду упознати и са начинима њиховог представљања и извештавања, јер већ је истакнуто на претходним странама да је детерминисање врсте ризика условљено и аналитичком апаратуром (концептом и моделом) која се користи за њихово третирање.

Анализа последица подразумева поседовање политика и процедура којима се уређују две групе активности: а) процена вероватноће настанка одређеног штетног догађаја, односно потенцијалног губитка. У случају поседовања довољно дугих серија историјских података о губицима, ово се врши на основу дистрибуције вероватноће губитака. У супротном процена се заснива или на експертовој интуицији или генерисању великог броја симулираних вредности, односно кондиционалних (условних) приноса портфолија који задовољавају одређене претпоставке везане за облик и карактеристике неке теоријске дистрибуције; друга група активности односе се на процену величине губитака услед дејства укупног ризика коме је банка изложена. Према бројним ауторима, попут McNai-а (2005), Crouhy-а (2006), Милојковића (2014) и других, ова група активности је критична за ефикасност читавог процеса, с обзиром на то да је одлука о улагању детерминисана величином очекиваног приноса, са једне, али и потенцијалног губитка, са друге стране. Већ је истакнуто да се суштина савремене портфолио теорије налази у избору ефикасних портфолија, што подразумева истовремено разматрање

приноса и њему иманентног ризика. Циљ је пронаћи, с аспекта пословне филозофије банке, оптималан однос (*tradeoff*) између ризика и приноса.

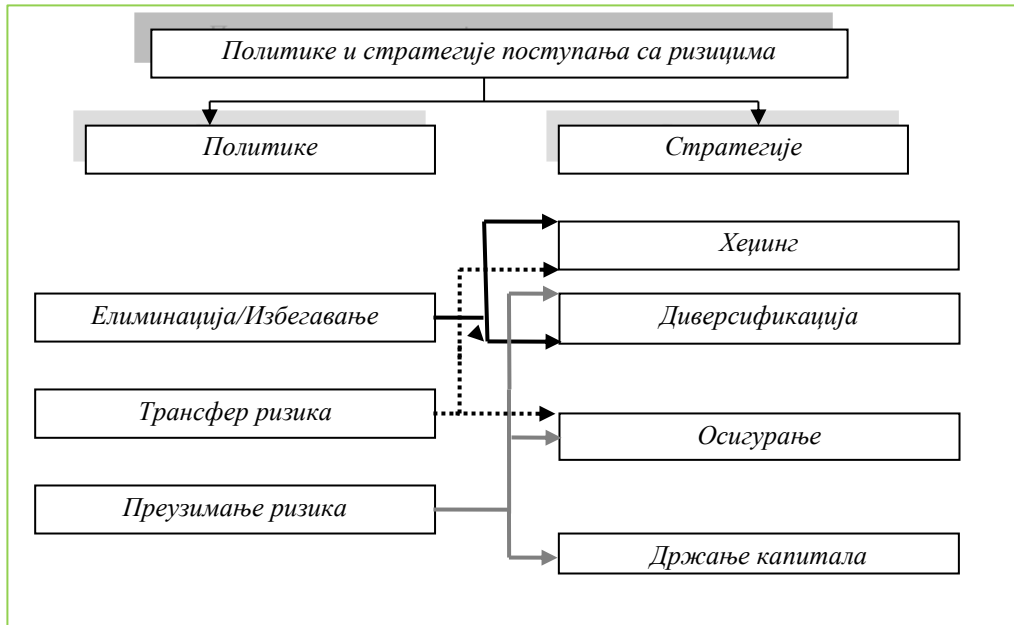
Утврђивање величине потенцијалног губитка, подразумева сагледавање суме потенцијалних губитака услед изложености банке различитих врста ризика. Тачније, значи утврђивање потенцијалног губитка услед изложености банчиног портфолија укупном ризику и као таква представља еталон за израчунавање минималне стопе адекватности капитала за покриће укупног потенцијалног губитка. Ово, у првом реду, захтева познавање међусобне условљености и корелативности између (различитих) фактора различитих врста ризика, што је веома комплексан задатак јер потребно је познавати степен и смер кретања сваког пара фактора ризика који утичу на портфолио банке. Изузетну комплексност овог задатка најбоље осликава чињеница да број података који је потребно узети у разматрање експоненцијално расте како се повећава број фактора ризика. У случају постојања (n) фактора ризика потребно је $n(n + 3)/2$ броја података. Разлог за ово се налази у чињеници да са сваким укључивањем новог фактора ризика у разматрање остварују се два ефекта: додавање новог податка о варијанси у сет података и низа података о коваријанси новоукљученог фактора ризика са осталим факторима.

Поред претходно реченог, овај поделемет система интегрисаног управљања ризицима истовремено подразумева постојање политика и процедура којима се уређује поштовање квантитативних и квалитативних правила за утврђивање минималне стопе адекватности капитала прописаних Базелским стандардима. Поштовање Базелских стандарда, поред могућности да минимални трошак капитала банке буде конзистентан са степеном њене изложености укупном ризику, подразумева и прихватање строгог сета квантитативних и квалитативних услова за утврђивање адекватности капитала. Када се говори о поштовању ових правила у широј јавности често влада мишљење да је то искључиви разлог за успостављање интегрисаног система управљања ризицима у банкама. Последица овога, пре свега, се огледа у чињеници да различите интересне групе, унутар и изван банке, имају различите ставове по питању крајњег циља.

Трећа група политика и процедура везаних за овај поделемет односи се на поседовање одговарајућих политика и процедура везаних за поступање са ризиком. Ове политике и процедуре треба да произилазе из процене степена изложености неком ризику и величини потенцијалног губитка. Уопштено говорећи, на располагању су следеће политике: избегавања и елиминисања ризика, трансфер ризика и преузимање ризика. За сваку политику поступања са ризиком треба да буду дефинисане јасне стратегије, процедуре и услови који се односе на то када се која стратегија реализује.

Шематски однос између политика и стратегија поступања са ризицима може се приказати као на слици 3.

Слика 3. Шематски приказ односа политика и стратегија поступања са ризицима



Извор: (Адаптирано према: Schroeck G., (2002). *Risk Management and Value Creation in Financial Institutions*, John Wiley and Sons Inc., New Jersey, pp. 20.)

У складу са инвестиционом теоријом и савременом портфолио теоријом, у ситуацији када се процени да преузимање одређеног ризика није компензовано одговарајућим очекиваним приносом, менаџмент банке треба да дефинише процедуре за спровођење политике избегавања и елиминације ризика или трансфера ризика. Избор политике је, пре свега, детерминисан степеном аверзије менаџмента банке према ризику. У случају спровођења политике елиминације и избегавања ризика процедуре за његову реализацију јасно треба да укажу кад и под којим условима се спроводи стратегија затварања билансне позиције, преузимањем хеџинг трансакција и/или диверсификација пласмана. У случају активирања политике трансфера ризика, која подразумева преношење ризика на друге учеснике, од менаџмента банке се очекује да пропише јасне процедуре за имплементацију стратегије продаје потраживања на промтном тржишту, куповину осигурања или предуземање хеџинг трансакција.

Када се процени да је ризик компензован адекватном стопом очекиваног приноса, потребно је дефинисати услове и поступке за активирање политике преузимања ризика. У тавкој ситуацији на располагању су бројне стратегијске опције. Међутим, с аспекта

cost-benefit анализе, диверсификацији пласмана је најпожељнија опција. Процедуре треба јасно да указују да се ова опција активира када је на тржишту могуће пронаћи некорелисане²³ инвестиционе алтернативе. У супротном, очекује се да постоје процедуре за активирање опција које се односе на осигурање улагања или издвајања капитала за покриће потенцијалног губитка. Избор између ове две опције зависи од цене коштања сопственог капитала и висине расположивог капитала, односно од величине опортунитетног трошка²⁴ и од висине премије осигурања коју је потребно платити за осигурање пласмана.²⁵

Ефикасно управљање ризиком није линеаран процес већ континуирана петља у којој се непрекидно смењују циклуси различитих група активности. То захтева да оне буду подржане *адекватним информационом системом*, који ће највишем менаџменту банке пружи правовремене извештаје о финансијском стању, оперативној успешности и изложености банке ризику, а линијском и оперативним менаџменту редовно извештавање са довољно података о свакодневним активностима везаним за управљање ризицима. Отуда се трећи елемент интегрисаног система односи на поседовање адекватног информационог система за процену, мониторинг и извештавање о ризику. Поседовање овог елемента условљено је и прописима Базелског комитета који се односе на успостављање ефикасног система интерног и екстерног извештавања о степену изложености банке ризицима.²⁶ Према тим захтевима банке су у обавези да јавно, на сваких шест месеци, објаве извештаје везане за политике и циљеве управљања ризицима, као и да имају систем дневног интерног извештавања о изложеностима ризику. У овом контексту, информациони систем се посматра као важан елемент, који омогућава да се статистички подаци претворе у информације и користе за доношење стратегијских одлука.²⁷

Да би се осигурало претходно речено неопходно је обезбедити:

²³ Пласмани су некорелисани када између кретања приноса инвестиционих алтернатива не постоји међусобна зависност, односно када кретање приноса једне инвестиционе алтернативе не утиче на кретање осталих.

²⁴ Опортунитетни трошак представља износ пропуштеног профита који би се могао осварити да је капитал, који је издвојен за покриће потенцијалних губитака, уложен у неки алтернативни пласман.

²⁵ Милојковић, Д., (2014), оп. цит. стр. 22.

²⁶ III стуб Базел II стандарда посвећен је захтевима да банке јавно објављују извештаје који садрже квантитативне и квалитативне података о преузетим ризицима и методологијама за њихово мерење.

²⁷ Радивојевић, Н., (2014), оп. цит. стр. 68.

- 1) да пракса и извештаји о мониторингу ризика банке обухвате све њене значајне ризике;
- 2) да кључне претпоставке, извори података и поступци који се користе у управљању ризиком буду адекватно документовани и подложни сталном преиспитивању с аспекта њихове поузданости;
- 3) да извештаји и други облици комуникације у вези са управљањем ризика буду структурирани тако да омогућавају лако праћење изложености банке ризику, поштовање утврђених ограничења и компарацију стварних са очекиваним резултатима;
- 4) да извештаји буду тачни и благовремени са довољно садржаја који ће омогућити менаџменту банке да лако уочи одређене обрасце понашања на тржишту и адекватно процени степен изложености банке ризику.

Последњи елемент у систему интегрисаног управљања ризиком банке односи се на поседовање *свеобухватне интерне контроле*. Структура интерне контроле критична је за сигурно и стабилно функционисање банке, нарочито за њен систем управљања ризиком. Успостављање и одржавање ефикасног система контрола, укључујући примену званичних линија ауторитета и одговарајуће раздвајање дужности, једна је од најважнијих одговорности менаџмента банке.

Одржавање неадекватне сегрегације дужности може довести до озбиљних губитака или на други начин угрозити финансијски интегритет банке. Озбиљни пропусти или недостаци у унутрашњој контроли, укључујући неадекватну сегрегацију дужности, могу да пониште допринос свих осталих елемената интегрисаног управљања ризиком. Са друге стране, правилно структуриран, систем унутрашњих контрола промовише ефикасне операције и поуздано финансијско и регулаторно извештавање, штити имовину и помаже да се осигура поштовање релевантних закона и прописа донетих од стране централних регулаторних ауторитета, као што су централне банке, владе држава и др.

Посебан аспект интерне контроле обухвата и контролу валидности исправности интерних модела који се користе за процену различитих врста ризика. Иначе само тестирање валидности интерних модела врши се према стриктним квалитативним и квантитативним правилима садржаним у Базелским стандардима. У стручним круговима овој процес је познат под називом *backtesting*.

С обзиром на значај интерне контроле, резултати ревизије, било да их спроводи интерни или екстерни ревизор, треба да буду адекватно документовани.

Осигурање адекватности интерне контроле подразумева поштовање следећих захтева:

- 1) систем интерних контрола мора да одговара врсти и нивоу ризика коме је банка изложена;
- 2) организациона структура мора да успоставља јасне линије овлашћења и одговорности за праћење и поштовање политика, процедура и ограничења везаних за преузимање ризика;
- 3) организационе јединице задужене за контролу и извештавање о ризицима морају да имају довољну аутономију и независност. Њихове надлежности морају да буду јасно одвојене од надлежности осталих организационих јединица у банци, а пре свега оних који су одговорни за послове преузимања ризика;
- 4) да званичне институционалне структуре одражавају стварне праксе и улоге запослених и организационих јединица;
- 5) постојање адекватних процедура за осигурање усклађености са важећим законима и прописима;
- 6) потпуна независност и самосталност у раду интерне ревизије;
- 7) редовно тестирање исправности информационих система;
- 8) активна улога највишег менаџмента банке у анализи и контроли ефикасности унутрашњих ревизија и других активности контроле.

Значај и користи од оваквог система управљања ризицима којима су банке изложене су бројније. Неке од најважнијих користи су:²⁸

- 1) олакшава корпоративно планирање јер је саставни део процеса планирања и саставни део процеса одлучивања највишег менаџмента банке;
- 2) олакшава доношење инвестиционих одлука јер олакшава разумевање *trade off*-а између предузетих акција и изложености ризику од стране највишег менаџмента банке;

²⁸ Chapman, R., (2006), *Simple tools, techniques for enterprise risk management*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 204.

- 3) олакшава доношење одлука о награђивању запослених јер омогућава брже добијање повратних информација о ефектима предузетих акција и перформанси;
- 4) олакшава утврђивање одговорности за реализацију предузетих акција и спровођење политика и стратегија;
- 5) омогућава задовољење кванитативних и квалитативних стандарда дефинисаних у оквиру Базел I, II, III и IV стандарда.

Други део

Модели за процену ризика засновани на концепту вредности при ризику и условном очекиваном губитку (Value at Risk – VaR и Expected Shortfall – ES)

1. Фундаменталне основе концепта VaR и ES

Концепт VaR, као и његов дериват концепт ES, изграђени су на неколико фундаменталних претпоставки, које морају познавати менаџери ризика у банкама, када се одлуче да процене ризике, којима су изложени портфолији њихових банака, врше применом модела VaR и ES. Познавање ових претпоставки важно је из разлога што уколико оне нису задовољене, процене ризика неће бити адекватне. Ствар додатно компликује чињеница да тржишта нису ефикасна, те да серије приноса са финансијских тржишта често одступају од тих претпоставки.

Прва фундаментална претпоставка на којој почивају ова два концепта јесте да принос портфолија представља случају варијаблу чија трајекторија (дистрибуција вероватноће) у сваком тренутку испољава особину стационарности. Претпоставка стационарности имплицира да су флукуације у серији приноса портфолија од 1% подједнако вероватне да ће се десити у сваком тренутку времена.²⁹ Ово је иначе уобичајена претпоставка у финансијској теорији јер знатно поједностављује рачунске захтевности у раду са временским серијама података са финансијских тржишта. Међутим, појава груписања волатилности јасни су показатељи о (не)валидности ове претпоставке.

²⁹ Hossain, Z., et al., (2019), “Over-Differencing and Forecasting with Non-Stationary Time Series Dana”, *Dhaka Univ. J. Sci.* Vol, 67, No. 1, pp. 21-26.

Блиско повезана са првом претпоставком јесте претпоставка интертемпоралне непредвидљивости. У литератури се често може прочитати да је концепт VaR изграђен на основама модела случајног хода (*random walk*)³⁰. Мада је то поједностављено гледиште, разлог за прихватање ове тврдњу се управо налази у чињеници да се претпоставка интертемпоралне непредвидљивости најбоље и најједноставније може описати моделом случајног хода. Претпоставка имплицира да промена у вредности портфолија банке, без обзира на магнитуду и знак те промене, она нема предиктивну снагу на основу које би се могло са сигурношћу предвидети будуће промене у вредности портфолија банке. Еквивалентно овоме јесте да је очекивана стопа приноса портфолија банке једнака нули, што се математички исказује као:

$$E(P_{t+1}, | P_t, P_{t-1}, \dots, P_0) = P_t \quad (1)$$

при чему су:

$E(.)$ - очекивање стопа приноса портфолија

P_t - вредност портфолија банке у одређеном временском тренутку (t)

а тумачи се да је средња вредност, добијена узимањем у обзир свих претходних промена вредности портфолија, најбоља процена његове будуће вредности. Другим речима, ово значи да се прихвата чињеница да на тржишту нема доступних релевантних информација у неком временском тренутку (t), у којем се врши предвиђање промене вредности портфолија, која би могла да допринесе прецизном предвиђању промене вредности портфолија у неком тренутку у будућности ($t+1$). Иначе, овај услов је задовољен када је реч о ефикасним тржиштима. На овој премиси је изграђена хипотеза о ефикасном тржишту. Супротно, када на тржишту постоји асиметрија информација, која подразумева да неко може да стекне предност зато што поседује неку информацију, тј. може да предвиди будуће процене вредности неке aktive на тржишту, ради се о неефикасном тржишту. За ова тржишта не важе основни постулати концепта VaR и ES.

Следећа претпоставка која чини фундаменталну основу концепта VaR и ES јесте претпоставка која се односи на захтев о не негативношћу. Претпоставка имплицира услов да финансијска актива не може имати негативну вредност. Наравно, са развојем тржишта деривата ова претпоставка, итекако, није валидна, будући да они могу да имају негативну вредност.

³⁰ Модел случајног хода ће детаљније бити анализиран у наставку дисертације у којем су представљени и анализирани модели VaR и ES засновани на овом моделу.

Четврта претпоставка на којој почивају ова два концепта јесте претпоставка о временској конзистентности. Односи се на захтев да све претпоставке о појединачним временским периодима одражавају вишеструки временски хоризонт.

Последња, а према неким ауторима и најважнија претпоставка концепта VaR и ES јесте претпоставка о теоријској дистрибуцији приноса портфолија. Најчешће се претпоставља да приноси портфолија следе нормалну дистрибуцију. Разлог за честу употребу ове претпоставке, између осталог, огледа се у њеној апликативности тј. лакоћи употребе. За оцену ове дистрибуције потребно је познавати само прва два момента централне тенденције.³¹ Међутим, ово је уједно и најконтроверзнија претпоставка, будући да серије приноса портфолија банака показују особине које значајно одступају од особина ове дистрибуције. Емпиријска истраживања још од периода Mandelbrot-а (1963) и Fama-е и French-а (1968) указују да серије приноса финансијске активе имају дебеле репове и већу издуженост у односу на нормалну дистрибуцију, као последице веће учесталости јављања екстремних приноса, али и постојања аутокорелације.

2. Теоријске основе концепта VaR и ES

VaR представља максимални потенцијални губитак који банка може претрпети током одређеног временског периода услед изложености њеног портфолија ризицима. Будући да је реч о процени ризика, и да се он заснива на дистрибуцији вероватноће, то се процена VaR врши за одређени ниво поверења. Другим речима, процена VaR захтева познавање серије приноса портфолија банке, њену дистрибуцију вероватноће и ниво поверења за који се процена ризика врши. Отуда, дефиниција VaR која доминира у литератури гласи да VaR представља вредност коју портфолио може изгубити за дати ниво поверења током одређеног временског периода (T).³² Уобичајено је да се процена врши за ниво поверења од 99%, а за временски период од једног дана, будући да је то у складу са захтевима из Базелских стандарда.

Претходно речено, за дати ниво поверења $p \in (0,1)$, уз претпоставку да се процена VaR врши за неки временски период (t), математички, може се представити на следећи начин:

³¹ Под претпоставком нормалности, регресија најмањих квадрата обезбеђује најбољу линеарну непристрасну оцену параметара (Zikovic, S., (2010), оп., цит., стр. 118.).

³² Исто, р. 246.

$$p = \mathbb{P}\Delta P_a \leq VaR = F_a(VaR) \quad (2)$$

при чему су

P - вредност портфолија банке

VaR - вредност при ризику

p - вероватноћа/ниво поверења за који се врши процена ризика

$F_a(VaR)$ - кумулатив функције дистрибуције

Тако да у случају да се портфолио састоји из дугих позиција, односно да је $\Delta P_a \geq 0$, процена VaR се врши применом следећег израза:

$$p = \mathbb{P}\Delta P_a \geq VaR = 1 - \mathbb{P}\Delta P_a \leq 1 - F_a(VaR) \quad (3)$$

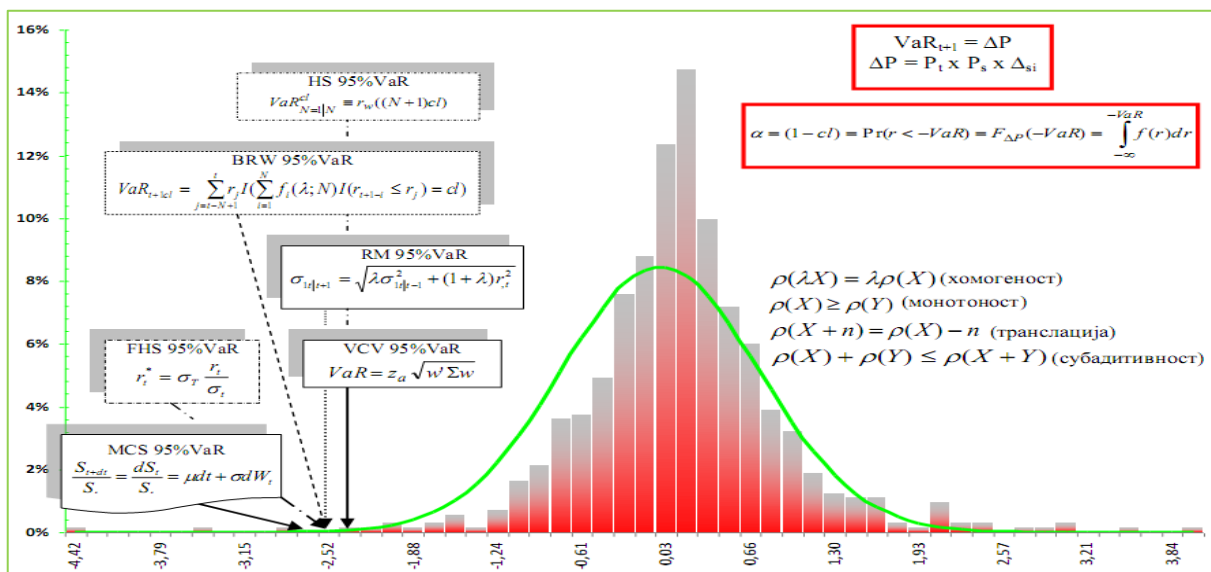
При чему се VaR може израчунати као (p) квантил од функције $F(VaR)$, за било који кумулатив функције дистрибуције $F(VaR)$, и дати ниво поузданости од $p \in (0,1)$, односно:

$$VaR = x = \inf\{x \mid F_a(x) \geq p\}, \text{ при чему је } \inf: \text{ мали реалан број.}$$

Претходно речено, може се протумачити да је за израчунавање VaR потребно познавати понашање репа кумулатива дистрибуције $F(VaR)$, односно његов квантил за дати ниво поверења.

Претходно речено, графички се може илустровати као на слици 4.

Слика 4. Процене VaR и ES



Извор: Аутор

На слици 3 је приказана процена VaR применом различитих модела VaR, направљена према захтевима Базел II стандарда: да се процена врши за ниво поверења од 99%, за временски хоризонт од једнога дана (дневна процена ризика) на узорку од годину дана историјских података (приближно 253 података о историјским приносима портфолија банке). Као што се може видети да сви модели генеришу приближне процене, али у зависности од степена компатибилности између претпоставки на којима је модел изграђен и карактеристика реалног окружења зависи прецизност процене ризика. На слици 3 је приказана процена VaR као квантил дистрибуције вероватноће. Приказани модели ће бити предмет детаљне анализе у наставку овог дела дисертације.

Поред VaR као квантила дистрибуције на слици 3 је дат и образац за израчунавање њене вредности у апсолутном износу. У апсолутном износу VaR представља новчани губитак који банка може претрпети услед негативних промена у вредности њеног портфолија. Такође су приказане особине које се очекују да валидна мера ризика мора да задовољи, а то су: хомогеност, монотоност, транслација и субадитивност.³³

Математички оне се могу представити на следећи начин:

1. $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ при чему је $\lambda > 0$ (хомогеност): значи да ће у зависности од вредности портфолија зависити и износ капитала који банка треба за издвоји за покриће потенцијалног губитка, тј. за одређивање адекватности капитала према захтевима Базелских стандарда;

2. $\rho(X) \geq \rho(Y)$ ако је $X \geq Y$ (монотоност): значи да што је ризик коме је портфолио изложен већи више новца треба за његово покриће;

3. $\rho(X + n) = \rho(X) - n$ (непроменљив на транслацију): значи да укључивањем безризичне позиције у портфолио, укупан ризик портфолија ће се смањити;

4. $\rho(X) + \rho(Y) \leq \rho(X + Y)$ (субадитивност): значи да VaR портфолија треба да буде мањи од суме VaR његових индивидуалних позиција.

при чему су:

ρ - мера ризика

X - губитак

n - било који број

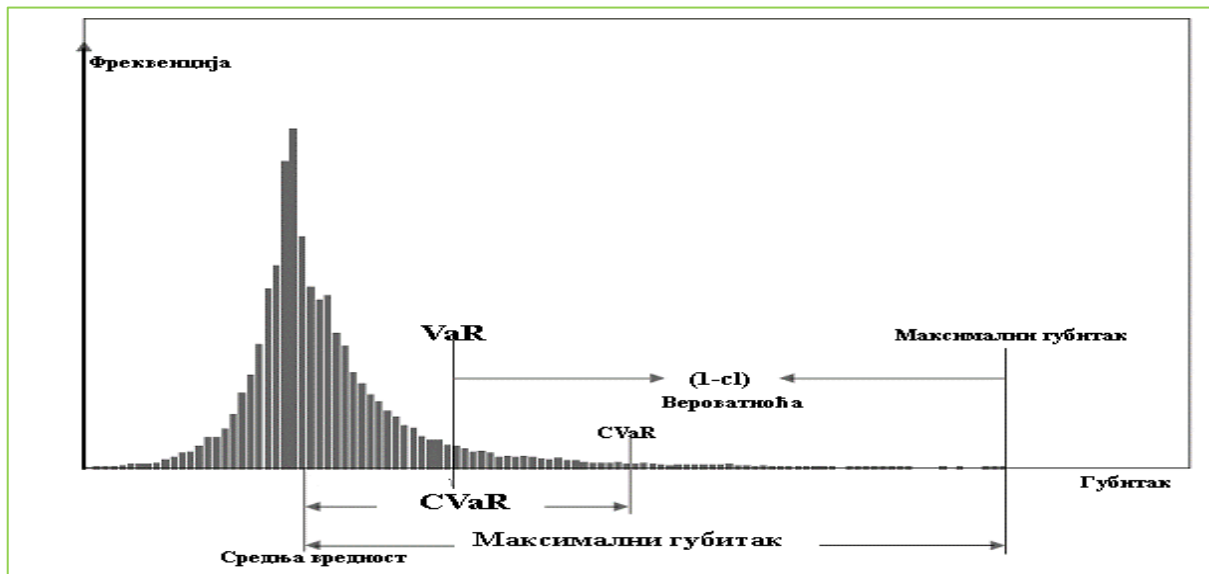
λ - позитиван број

³³ Детаљније о мерама кохерентне мере ризика видети у радовима Artzner et al. (2001, 2003).

VaR не задовољава све горе споменуте особине кохерентне мере ризика. У појединим случајевима, дешава се да VaR портфолија буде већи од збира VaR позиција из његовог састава, што је супротно принципима ефикасне диверсификације пласмана и основама на којима је изграђена савремена портфолио теорија.

Имајући ово у виду може се закључити да VaR у ствари није кохерентна мера ризика јер не задовољава најважнију особину кохерентне мере ризика, а то је субадитивност. Из тог разлога бројни аутори, попут Artzner-а, Albrecht-а, Acerbi-а, Embrechts-а, Rockafellar-а и Uryasev-а, су радили на развоју мере ризика која ће задовољити и ову особину. Као резултат тога настао је концепт ES. Прецизније говорећи ова група аутора је развила и математички представила три врсте мера ризика које задовољавају све услове кохерентне мере ризика, а које називају генеричким именом називају ES. У том контексту, ES представља просечну вредност VaR изнад одређеног нивоа поверења. Што се графички може представити као на слици 5.

Слика 5. Графички приказ ES



Извор: Аутор

Међутим, прецизније говорећи између предложених варијанти ES ових аутора постоје извесне разлике. Иако су оне незнатне у наставку дисертације ће свака од њих бити представљена.

Први аутори који су представили своју верзију ES били су Artzner et al. (1999):

$$ES_{\alpha} = -E[r/r \leq -VaR_{\alpha}] \quad (3)$$

У литератури, ова мера условног очекиваног губитка је позната под називом реп условног очекивања и у суштини мери условни очекивани губитак у случају настанка најгорег могућег сценарија по банку. Овако исказан ES задовољава услове кохерентне мере ризика. Међутим, под одређеним условима тј. у случају дискретне дистрибуције израчунавање условног очекиваног губитка на овај начин је изузетно математички комплексан задатак.³⁴

Из тог разлога су Rockafellar и Uryasev (2008) предложили да се ES израчунава као пондерисани просек условних очекиваних губитака који су строго већи од VaR (CVaR⁺) и који је већи или једнак VaR (CVaR⁻), што су математички представили на следећи начин:

$$ES_{\alpha} = \frac{F_x(VaR_{\alpha}(X)) - \alpha}{1 - \alpha} VaR_{\alpha}(X) + \frac{1 - F_x(VaR_{\alpha}(X))}{1 - \alpha} CVaR_{\alpha}^{+}(X) \quad (4)$$

при чему је F(x) кумулатив функције дистрибуције.

У литератури ова верзија ES позната је под називом условна вредност под ризиком (*Conditional Value at Risk* - CVaR).

Разлика између првог и другог израза за израчунавање ES указује на потребу прилагођавања да би се осигурала особина кохерентности у случају прекидне дистрибуције, јер је очигледно да су у случају континуиране дистрибуције пондери једнаки 0 и 1 за VaR, односно за CVaR, респективно.

Acerbi и Tasche (2002) су предложили ригорознију меру ризика у односу на CVaR. За разлику од CVaR, ES у њиховој верзији израчунава се на следећи начин:

$$ES_{\alpha} = -CVaR_{\alpha} + (\lambda - 1)(CVaR_{\alpha} - VaR_{\alpha}) \quad (5)$$

при чему је $\lambda \equiv \frac{P[X_t \leq VaR_{\alpha,t}]}{\alpha} \geq 1$ увек кохерентна мера ризика. За потребе процене ризика у банкама и другим финансијским институцијама уобичајено је да (λ) узима вредности 0,001.³⁵

Иако ES задовољава особине кохерентне мере ризика, разлог зашто није био прописан као мера ризика од стране Базелског комитета, као обавезан стандард у мерењу

³⁴ Voit, J., (2007), оп., цит., стр. 306.

³⁵ О разлозима детаљније видети код Rubia, A., Sanchis-Marco, L., (2017), "Measuring tail-risk cross-country exposures in the banking industry", *Revista de Economía Aplicada*, Vol. 25, No. 74, pp. 27-74.

ризика, све до појаве Базел III стандарда, је тај што изузетно тешко прецизно тестирати валидност ES модела. За разлику од VaR модела где постоји велики број модела и техника који прецизно могу да утврде валидност неког модела, у случају ES такви модели су изузетно комплексни, а и њихова поузданост се доводи у питање. Захваљујући развоју савремене информационе технологије, као и математичке и економетријске апаратуре, данас је могуће релативно поуздано тестирати валидност и ES модела. То је иначе разлог зашто је Базелски комитет у оквиру Базел III стандарда дозволио могућност да банке процењују ризик у категорији ES, за ниво поверења од 97,5%, и при свим осталим истим условима као у случају процене VaR.

3. Класични модели за процену VaR и ES

Када се говори о класичним моделима процене ризика и условног очекиваног губитка који се користе у банкама и другим финансијским институцијама у складу са Базелским стандардима, могуће је направити разлику између модела VaR и ES који се заснивају на моделу случајног хода и модела који су развијени на претпоставци о IID дистрибуцији приноса портфолија банке, односно на основама историјске симулације, а који не захтевају оцене параметара дистрибуције вероватноће приноса портфолија. Први су у литератури познати као параметарски модели, док други као непараметарски³⁶ модели VaR. У наставку дисертације детаљно ће бити представљени и анализирани најпознатији представници ове две групе модела VaR и ES.

3.1. Модели VaR и ES засновани на претпоставкама модела случајног хода

Најпознатији модели VaR спадају у групу модела који су засновани на претпоставкама модела случајног хода, који се може представити следећим изразом:³⁷

³⁶ Овај назив условно треба прихватити, јер већина модела настала на основама историјске симулације захтевају оцену неког параметра, те као такви не могу да се сврстају у чисто непараметарске моделе. Међутим, овај назив се пре свега користи да би се нагласило да су настали на основама историјске симулације.

³⁷ Osborne је 1959. године доказао да модел важи само у случају да су цене изражене у логаритамском облику. Детаљније видети у Mills, C. T., Markellos, N. R., (2008), *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, 3th edition, Cambridge University Press, Cambridge.

$$P_t = \mu + P_{t-1} + \sigma \varepsilon_t \quad (6)$$

при чему су:

P_t - текућа вредност портфолија банке

P_{t-1} - вредност портфолија из претходног периода

μ - просечан принос портфолија

σ - волатилност промене вредности портфолија током посматраног периода

ε_t - случајна грешка модела за који се претпоставља да следи IID и са параметрима дистрибуције $N(0,1)$

Заједнички назив за све модела изграђене на теоријским основама модела случајног хода јесте параметарски модели VaR. Тако се називају јер се процена VaR и ES своди на оцену параметара изабране теоријске дистрибуције вероватноће приноса портфолија банке. Често се ови модели означавају и као модели засновани на претпоставци нормалности. Међутим, приликом употребе овог обележја треба бити прилично опрезан јер се он односи на прилично мали број модела. До саме конфузије долази из разлога што је последњих година изграђен велики број параметарских модела који почивају на теоријским основама модела случајног хода, али у којима се одступа од основне претпоставке да случајна грешка у моделу следи нормалну дистрибуцију са средином нула и стандардном девијацијом један.

У оквиру ове групе VaR модела разликују се модели који су изграђени: 1) на претпоставци о константној волатилности и 2) оне који уважавају чињеницу о временски променљивој волатилности.

Најпознатији модел VaR изграђен на претпоставци да се варијанса дистрибуције приноса портфолија не мења током времена јесте тзв. *варијанса-коваријанса* модел VaR. У моделу варијанса-коваријанса процена VaR се своди на израчунавање волатилности у моделу случајног хода применом следећег израза за израчунавање стандардне девијације:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2 p_i} \quad (7)$$

у случају индивидуалне позиције/активе, односно у случају портфолија

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}} \quad (8)$$

при чему су:

σ/σ_p - стандардна девијација приноса индивидуалне позиције/ портфолија

r - стопа приноса позиције

\bar{r} - очекивана средња вредност приноса позиције

p_i - вероватноћа наступа i -тог приноса.

n - укупан број позиција у портфолију

σ_{ij} - коваријанса приноса i -те и j -те позиције,

при чему је $\sigma_{i,j} = Cov_{i,j} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$

уз напомену да двоструки знак сума у изразу за израчунавање варијансе портфолија значи да се збрајају по редовима и колонама сви елементи квадратне матрице реда $(n \times n)$.³⁸

На основу изложеног лако се може закључити да је процена VaR применом овог модела прилично једноставна. Једини захтев за њену процену јесте да се има на располагању довољно историјских података везаних за промену вредности портфолија банке, како би се на основу ње изградила дистрибуција вероватноће приноса портфолија. Тачније у процени VaR потребно је оценити само два параметра дистрибуције вероватноће приноса портфолија банке. Једини проблем који се јавља код овог модела везан за израчунавање волатилности односи се на чињеницу да број потребних података експоненцијално расте како се у портфолио додаје свака нова позиција. Наравно, захваљујући савременој информационој технологији, данас овај проблем је лако решив.

Другу групу модела заснованих на претпоставкама модела случајног хода су модели VaR који уважавају чињеницу да се волатилност приноса портфолија банке мења током времена. Ова особина волатилности, у економетрији, позната је као хетероскедастичност и главна је одлика финансијске активе са којом се тргује на финансијским тржиштима.

Један од најпознатијих модела VaR, уопште, припада овај групи модела за процену ризика. Реч је о *RiskMetrics*, моделу. Једина разлика у односу на претходно описан модел јесте у третирању волатилности. Наиме, оба модела прихватају претпоставку да случајна грешка модела случајног хода јесте стандардизована нормална

³⁸ Матрица варијанси - коваријанси је квадратна матрица, са бројем елемената који је једнак квадрату броја хартија од вредности који чине портфолио.

случајна варијабла³⁹. Међутим, док се код модела варијанса-коваријанса претпоставља да је волатилност непроменљива, што је у економетрији, познато као особина хомоскедастичности, у моделу *RiskMetrics* прихвата се претпоставка да се она мења током времена. Другим речима, у моделу *RiskMetrics* волатилност се третира као условна величина која зависи од њених претходних реализација. У контексту економетријске анализе, ово значи да између волатилности постоји значајна аутокорељација. Иначе она је и главни узрочник груписања волатилности у периоде високе и периоде ниске волатилности, о чему је било речи у уводном делу дисертације.

Како би се кооптирале ове зависности у *RiskMetrics* волатилност се израчунава укључивањем фактора опадања у израз за израчунавање безусловне стандардне девијације (3), који се означава као (λ). Улога фактора опадања је да обезбеди већи значај новијих података о волатилности у односу на старије податке у оцени текуће волатилности. На тај начин добија се следећи израз за израчунавање условне волатилности:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^N} \sum_{n=1}^N \lambda^{n-1} r_{it-n}^2} \quad (9)$$

са коваријансом

$$\sigma_{ij} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^N} \sum_{n=1}^N \lambda^{n-1} r_{it-n} r_{jt-n} \quad (10)$$

при чему су:

σ_t - стандардна девијација портфолија

σ_{ij} - коваријанса i -те и j -те стопе приноса

r_{ij} - стопа приноса i -тог / j -тог фактора ризика портфолија

N - укупан број опсервација

λ - фактор опадања

Овакав приступ за израчунавање волатилности назива се приступ експоненцијално пондерисаних покретних средина. Уопштено посматрано, израз за израчунавање безусловне волатилности представља специјални случај израза (5), када фактор опадања узима вредност један.

³⁹ Код стандардизоване нормалне случајна варијабла средина има вредност нула, а стандардна девијација вредност један.

Једна од значајних критика овог модела односи се управо на вредности које треба да узима фактор опадања, о чему ће више бити речи у делу рада који је посвећен компаративној анализи предности и недостатака представљених модела VaR.

Ако би се за критеријум узела претпоставка везана за дистрибуцију случајне грешке модела, онда оба модела спадају у параметарске моделе засноване на претпоставци о нормалној дистрибуцији.

У циљу отклањања недостатка везаног за фактор опадања, Gabrielsen et al. (2012). предложили су фактор опадања који уважава ефекте искошености и издужености дистрибуције, тј. изнели су предлог да га коригују за коефицијенте асиметрије и спљоштености, што се може представити на следећи начин:

$$\sigma_t^2 = \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda_1) \varepsilon_{t-1}^2 \quad (11)$$

$$s_t^3 = \lambda_2 s_{t-1}^3 + (1 - \lambda_2) \eta_{t-1}^3 \quad (12)$$

$$k_t^2 = \lambda_1 k_{t-1}^2 + (1 - \lambda_1) \eta_{t-1}^4 \quad (13)$$

при чему су:

η – стандардизована случајна грешка модела

ε – случајна грешка модела

s – коефицијент асиметрије

k – коефицијент спљоштености

Оваква спецификација коефицијента асиметрије и спљоштености подразумева прихватање претпоставке да стандардизована случајна грешка модела следи тзв. *Gram-Charlier*-ову дистрибуцију. Процењује се применом на следеће функције:⁴⁰

$$g(\eta_t) = \sum_{i=0}^n c_i H_{e_i}(\eta_t) = \sum_{i=0}^n H_{e_i}(\eta_t) \quad (14)$$

$$H_{e_i}(\eta_t) = (-1)^i \frac{\partial^i \phi}{\partial \eta_t^i} \frac{1}{\phi(\eta_t)} \quad (15)$$

при чему су:

H_e – *Hermite*-ов полином

$\phi(\cdot)$ – стандардна нормална густину са средином нула и варијансом један

$g(\cdot)$ – функција полинома која одговара првим моментима стандардизоване функције густине вероватноће случајне грешке

⁴⁰ Gabrielsen, A., et. al. (2012), Forecasting Value-at-Risk with Time-Varying Variance, Skewness and Kurtosis in an Exponential Weighted Moving Average Framework, Working paper, p. 5.

Другим речима, Gabrielsen et al. (2012) предложили су експоненцијални пондерисан модел покретних средина који заједнички процењује волатилност, асиметрију и куртосис током времена, користећи модификовани облик *Gram-Charlier*-ове функције густине у које се асиметрија и куртосис појављују директно у функционалном облику ове густине. У овом подешавању VaR се може описати као функција временски различитих виших момената применом *Cornish-Fisher*-ове екстензије прва четири момента централне тенденције. Компарација перформанси овог модела у односу на популарне параметарске моделе засноване на GARCH моделима и филтрираним моделима историјске симулације, које су вршене за процену ризика у складу са Базелским стандардима, недвосмислено иду у корист овог модела. Међутим, примена овог модела подразумева да се за оцену параметара модела користи веома сложена функција максималне веродостојности, која значајно компликује процену ризика с аспекта *trade off-a* између трошкова имплементације и ефикасности процене:

$$l_t = -\frac{1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\eta_t^2 + \log[g^2(\eta_t)] - \log(h(\eta_t)) \quad (16)$$

при чему је

l_t – вредност функције максималне веродостојности

Последњих двадесет година као, пре свега, варијације на тему израчунавања волатилности (стандардне девијације), али претпоставке везане за дистрибуцију случајне грешке у моделу случајног хода развијени су бројни модели. Модели су развијени у настојању да се што може боље кооптирају особине дистрибуције приноса портфолија банке, као што су аутокорељације и хетероскедастичност, односно нестационарност временских серија приноса портфолија банака.

Значајан број ових модела доживео је велику популарност, пре свега оних који процену волатилности заснивају на примени ауторегресионих модела условне хетероскедастичности (енгл. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* – ARCH). Најпознатији такав модел јесте GARCH(p,q) модел VaR, који се заснива на уопштеном ауторегресионом моделу условне хетероскедастичности (енгл. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* – GARCH). Код овог модела, оцена условне

волатилности, исказана преко варијансе⁴¹ приноса портфолија ($\sigma_t(r_t | r_{t-1})$), израчунава се применом следећег израза:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t+1-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t+1-j}^2 \quad (17)$$

при чему су:

- α_i - параметар који одређује колико јако промене приноса утичу на волатилност
- β_j - параметар који одређује промене волатилности у времену
- ω - константа која описује дугорочни просек кретања волатилности

Модел је изграђен на претпоставци да је условна волатилност детерминисана кретањем њених историјских вредности и квадрата случајне грешке. Иначе, карактеристично за ARCH modele јесте да се процена условне волатилности заснива на проценама случајне грешке (ε_t^2). Популарност овом моделу се приписује чињеници да је у могућности успешно да кооптира хетероскедастичност, а да при томе не захтева оцену великог броја параметара. Број параметара код овог модела који је потребно оценити, пре свега, детерминисан је (p,q) структуром.

Будући да модел *пати* од недостатка могућности да успешно кооптира дебеле репове, то су на његовим основама развијени бројни други модели, који се међусобно, пре свега, разликују према захтевности у погледу оцене и броја параметара. Међу таквим моделима посебно се у стручној литератури, као ефикасним, наводи нелинеарни GARCH (NGARCH(p,q)), који уважава чињеницу да ли се ради о позитивним или негативним вестима. У уводном делу дисертације истакнуто је да инвеститори различито реагују у зависности да ли је вест са тржишта позитивна или негативна.

Модел се може се приказати следећим изразом:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha(r_t - \theta\sigma_t)^2 + \beta\sigma_t^2 = \omega + \alpha\sigma_t^2(z - \theta)^2 + \beta\sigma_t^2 \quad (18)$$

уз напомену да позитиван део вести, $z_t > 0$, има мањи утицај на волатилност него негативан, ако је $\theta > 0$. Своју атрактивност модел дугује чињеници да је то најједноставнији модел који је у стању да релативно успешно кооптира споменуте карактеристике серије података са финансијских тржишта; хетероскедастичност и лептокуртосис.⁴²

⁴¹ Важно је напоменути да у контексту ARCH модела волатилност се изражава, не преко стандардне девијације, већ преко варијансе.

⁴² Милојковић, Д., (2019), оп. цит. стр. 62.

Вредни помена су и остали модели који кооптирају асиметричност, као што су експоненцијални (EGARCH), GJR-GARCH, праг (TGARCH), PAGARCH модел. У табели 1 приказани су често коришћени модели, уз напомену да због обимности, у наставку дисертације су представљени само они који се протеклих пар година највише спомињу у стручној литератури, као што то су (EGARCH), GJR-GARCH, (TGARCH), PAGARCH и FIEGARCH модел.

Табела 2. Најпознатији модели за оцену условне волатилности

Назив модела	Ограничења модела
GARCH	$\alpha + \beta < 1$
EGARCH	$\alpha + \beta < 1$
GJR-GARCH	$\omega, \alpha, \beta, \gamma > 0$ $\alpha + \beta < 1$
TGARCH	$\omega, \alpha, \beta > 0$ $\alpha + \beta < 1$
PGARCH	$\delta > 0$
APARCH	$\delta > 0$ $-1 < \gamma < 1$
FIAGARCH	$0 < d < 1$

Извор: Аутор

У принципу сви ови модели представљају модификацију основног GARCH модела VaR и као такви демонстрирају одређене предности, али и ограничења. Неки само у пракси, а неки у реалним условима. Дobar пример за то јесте EGARCH модел који се може исказати на следећи начин:

$$\ln(\sigma^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\eta_{t-i}| + \sum_{i=1}^p \gamma_i \eta_{t-1} + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) \quad (19)$$

при чему су:

γ - параметар који одређује колико јако утицај асиметрије, односно ефекат леверица на волатилности; $\gamma < 0$ значи позитивне вести (позитивани шоки) генеришу мање волатилности него негативне вести (шокови), односно обратно када је $\gamma > 0$.

η - параметар који одређује снагу и знак ефекта

За разлику од GARCH модела, EGARCH дозвољава да условна волатилност реагује на пад или раст у низу, на различите начине, што је посебно значајно када се има у виду повећање временских серија података. И као такав, теоријски посматрано, овај модел би требало да доминира над GARCH(p,q) моделима, али у пракси показује значајне недостатке због превеликог утицаја подешавања стартних вредности параметара на њихову оптимализацију применом метода максималне веродостојности.⁴³

Glosten, Jagannathan и Runkle (1993) предложили су GJR-GARCH за симетричне ефекте добрих или лоших вести. Модел се може изразити као:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p S_{t-1} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (20)$$

$$S_{t-1} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-i} < 0 \\ 0 & \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

При чему су:

S_{t-1} - индикатор функције

Истраживања бројних аутора, попут Arachchi-а (2018), промовишу употребу модела ове класе у односу на симетричне GARCH моделе. Сличан став износи Радивојевић и сарадници (2016), проучавајући валидност VaR модела у контексту Базелских стандарда на тржиштима у настајању у земљама Југо-источне Европе.

Сличан овом моделу јесте и модел TGARCH модел који се може изразити на следећи начин:

$$\sigma_t = \sqrt{\omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p S_{t-1} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2} \quad (21)$$

$$S_{t-1} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-i} < 0 \\ 0 & \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

При чему су:

S_{t-1} - индикатор функције

⁴³ Radivojevic, N., et. al. (2016), оп. цит. стр. 32.

Разлика у односу на GJR-GARCH модел јесте у изражавању волатилности. Код GJR-GARCH волатилност се изражава у категорији варијансе, док код TGARCH модела се изражава у категорији стандардне девијације.

Ding, Granger и Engle (1993) предложили су проширење GARCH у смислу инкорпорирања ефекта снаге (*power effect*), како би GARCH модели били у стању да анализирају ширу класу трансформација, узимајући у обзир и ефекат снаге. У литератури овај модел се означава као PGARCH модел и се може исказати на следећи начин:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j (\sigma_{t-j}^2)^\delta \quad (22)$$

при чему је:

δ - оцењени параметар снаге стандардне девијације

Својом ендогеном проценом оптималне трансформације снаге, PGARCH модел представља флексибилну алтернативу у односу на друге моделе. Истраживања показују да иако се динамика волатилности може кооптирати на различите начине, на пример применом Taylor-ове или Bollerslev-ове спецификације, емпиријска истраживања сведоче у корист примене овог модела када се процена волатилности врши за потребе израчунавања VaR.⁴⁴

Вредни помена су и модели за оцену волатилности класе APARCH модела. Модели демонстрирају способност да кооптира неколико стилизованих карактеристика (*stylized properties*) временских серија приноса портфолија банака, о чему сведоче бројна истраживања (Ane, 2005, Gaye и Demiralay (2015), Arachchi, 2018). Модели ове класе надмашују све остале спецификације VaR модела изведене на моделима за оцену условне волатилности, било за дуге или кратке позиције. Сличну тврдњу износе и Gaie и Demiralai (2015). и др.). Истраживање Diamandis *et al* (2011) указује да APGARCH модели засновани на искошеној студентовој дистрибуцији надмашују све остале VaR моделе. Gaye и Demiralay (2015) наводе да FIAPARCH модели засновани на искошеној студентовој дистрибуцији обезбеђују најбоље процене ризика на тржиштима капитала

⁴⁴ Ane, (2005), "Do Power GARCH models really improve value-at-risk forecasts?" *Journal of Economics and Finance*, Vol. 29, pp. 337–358.

Araghchi, K., (2018), "Comparison of Symmetric and Asymmetric GARCH Models: Application of Exchange Rate Volatility", *American Journal of Mathematics and Statistics* 2018, Vol. 8, No. 5, pp. 151-159.

земања у развоју. Сличне налазе представили су и други аутори, попут Louzis, Xanthopoulos-Sisinis и Refenes (2014).

Омнибус структуре овог модела је:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j (\sigma_{t-j}^2)^\delta \quad (23)$$

при чему је:

δ - оцењени параметар снаге стандардне девијације

Различити модели ауторегресионих модела условне хетероскедастичности могу бити изведени или оцењени помоћу овог модела, те као такви могу се сматрати његовим специјалним случајем. Тако на пример споменути GJR-GARCH представља специфичан случај овог модела када је $\delta = 2$.

Последњи модел из ове фамилије модела који успешно кооптирају асиметричност јесте модел FIAGARCH(p,d,q).⁴⁵ Модел успешно кооптира и ефекат леверица и ефекат меморије. У општој изведби модел се може приказати на следећи начин:⁴⁶

$$\sigma_t^2 = \omega + \{1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L)(1 - L)^d\} (|\varepsilon_t| - \gamma \varepsilon_t)^\delta \quad (24)$$

при чему су:

L - лаг оператор

γ - коефицијент леверица

δ - коефицијент снаге

Истраживања која су спровели Abad et al. (2014), и Chang et al. (2012), јасно показују да модели из ове група ARCH/GARCH модела ризика генеришу боље процене волатилности у односу на традиционалне моделе условне волатилности.

Даље, сви претходно споменути модели могу се груписати и према претпоставци дистрибуције случајне грешке модела. Уобичајено је да се користи претпоставка нормалности дистрибуције, студентова Т дистрибуција, као и *Laplace* дистрибуције, GED дистрибуција (*Generalized error distributions*⁴⁷). Истраживања Радивојевић и

⁴⁵ Детаљније о овим моделима видети у Chang, C. L., et al. (2012), *Modelling Long Memory Volatility in Agricultural Commodity Futures Returns*, working paper.

⁴⁶ Abad, P., et al. (2014), "A comprehensive review of Value at Risk methodologies", *Spanish Review of Financial Economics*, No. 12, pp. 15-32.

⁴⁷ GED дистрибуција је у одређеним случајевима идентична *Laplace*-овој дистрибуцији.

сарадника (2016, 2015), као Rossignolo, Fethib и Shaban (2013, 2012), Korsakienė и Smaliukienė (2010)⁴⁸ указују да је код ауторегресионих модела условне хетероскедастичности, када се користе за сврхе процене VaR, важнија претпоставка дистрибуције случајне грешке модела у односу на спецификацију ARCH/GARCH модела. Њихова истраживања везана су тржишта у настајању тако да њихове закључке не треба генерализовати.

Имајући у виду све претходно речено о VaR моделима заснованим на оцени волатилности применом ARCH/GARCH модела, могу се класификовати, не само према спецификацији ARCH/GARCH модела, већ и према претпоставкама везаним за дистрибуцију случајне грешке модела.

Као алтернатива ARCH/GARCH моделима за процену ризика, последњих година све више на популарности добијају тзв. модели реализоване волатилности. Иако се ови модели у литератури помињу последњих година, њихово порекло вуче корене још из радова Merton (1980),⁴⁹ који је изводећи апроксимацију вероватноће латентне волатилности додавањем (N) квадрата интра-дневних приноса током (t) периода, показао да се додавање приноса на квадрат може користити за процену варијансе. Taylor и Xu, (1997) су показали да се дневно остварена волатилност може лако створити додавањем приноса квадрата унутар дневног реда. Под претпоставком да је дан подељен на подједнаке (N) периоде и ако ($r_{i,t}$) представља интра-дневни принос, дневна волатилност за одређени дан (t) може се изразити као:⁵⁰

$$RV = \left[\sum_{i=1}^N r_{i,t} \right]^2 = \sum_{i=1}^N r_{i,t}^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N r_{j,t} r_{j-i,t} \quad (25)$$

при чему је

RV - реализована волатилност

У случају када између интра-дневних приноса нема корелације и када је њихова средина једнака нули, тада $E\left[\sum_{i=1}^N r_{i,t}^2\right]$ представља значајно унапређење предвиђања

⁴⁸ Korsakienė, R., Smaliukienė, R., (2010), Time-Varying Volatility Modelling of Baltic Stock Markets, *Journal of Business Economics and Management*, Vol.11, No.3, pp. 511–532.

⁴⁹ Merton, R.C., (1980), "On estimating the expected return on the market: an exploratory investigation", *Journal of Financial Economics*, Vol. 8, pp. 323–361.

⁵⁰ Taylor, S., Xu, X., (1997), "The Incremental volatility information in one million foreign exchange quotations", *Journal of Empirical Finance*, pp. 317–340.

будуће промене вредности портфолија банке у односу на стандардне технике које се ослањају само на дневне приносе.

Занимљив модел који се базира на моделу случајног хода представио је Вее (2012). Иако се модел назива динамични модел историјске симулације, те би га по називу требало сврстати у групу модела који су предмет анализе у следећој тачки дисертације овог поглавља, модел спада у ову групу класичних модела јер се у његовој бити налази модел случајног хода. Суштина модела је да се случајна грешка модела случајног хода искаже као стандардизована случајна варијабла (ε_t), која следи студентову T дистрибуцију или уопштену дистрибуцију грешака (резидуала). Имајући у виду стилизоване карактеристике серија података са финансијских тржишта, ово су више него оправдане претпоставке, јер обе претпоставке дозвољавају да се кооптирају дебели репови. У случају да се користи прва претпоставка, математички, модел се може математички представити као:⁵¹

$$VaR(cl) = \sigma_{t+1|t} \varepsilon_{cl} \sqrt{\frac{v-2}{v}} \quad (26)$$

$$\varepsilon_{cl} = T_v^{-1}(cl), v > 2 \quad (27)$$

уз напомену да је условна варијасна добијена применом *GARCH* модела за оцену волатилности и при чему су:

ε_{cl} - квантил студентове T дистрибуције са v степени слободе са cl нивоом поверења

T - кумулатив густине дистрибуције студентове T дистрибуције

$\sqrt{v-2}/v$ - реципротет стандардне девијације за студентову T дистрибуцију

Односно у случају прихватања друге претпоставке процена VaR се врши применом следећег израза:⁵²

$$VaR(cl) = \sigma_{t+1|t} \varepsilon_{cl}, \text{ при чему је}$$

$$\varepsilon_{cl} = G_{v,0,1}^{-1}(cl) \quad (28)$$

при чему су:

⁵¹ Bee, M. (2012), "Dynamic value-at-risk models and the peaks-over-threshold method for market risk measurement: an empirical investigation during a financial crisis", *Journal of Risk Model Validation*, Vol. 2, No. 2, pp. 28.

⁵² Ибид.

ε_{cl} - квантил GED са v параметром облика, средином нула и варијансом један
 $G_{v,0,1}$ - кумулатив густине GED дистрибуције

Квалитет и валидност модела потврђена је емпиријским истраживањем које је спровео Вее (2012) упоређујући перформансе модела са читавом класом параметарских и непараметарских модела изграђених на постулатима теорије екстремне вредности. Истраживање је спровео на примеру петнаест земаља Европске Уније и Сједињених Америчких Држава у периоду од 2001. до 2009. године.

Значајну класу модела представљају и модели VaR и ES који су изграђени на приступу који су предложили McNeil и Frey (2000). Њихов приступ за процену VaR и ES темељи се на примени тзв. POT методе (*Peak over Threshold*). Суштина њиховог приступа огледа се у оцени квантила дистрибуције применом POT оцењивача, што се, математички може приказати на следећи начин:⁵³

$$\widehat{F}_z(u) = n^{-1} \sum_{i=1}^n 1_{\{z_i > u\}} \quad (29)$$

при чему је

u – вредност прага изнад којег се узимају вредности приноса који спадају у реп дистрибуције уопштене Парето дистрибуције (енгл. *The generalized Pareto distribution - GPD*):⁵⁴

$$G_{\xi, \sigma, \mu}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma})^{-\frac{1}{\xi}} & \text{за } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-(x - \mu) / \sigma} & \text{за } \xi = 0 \end{cases}$$

при чему су:

x - случајна варијабла за коју важи да је $x \geq 0$ за $\xi \geq 0$

μ - параметар локализације; мера централне тенденције

σ - параметар размере; мера дисперзије

$1/\xi$ - индекс репа дистрибуције; представља параметар облика дистрибуције екстремних вредности

⁵³ Rosso, G., (2015), Extreme Value Theory for Time Series using Peak-Over-Threshold method, Working paper, p. 2.

⁵⁴ McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. (2005), *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Princeton University Press, Princeton.

Прихватање претпоставке да приноси који спадају у реп дистрибуције следе уопштenu GPD, омогућава прецизну оцену квантила (z_i) без прављења *ad hoc* претпоставке о дистрибуцији иновација ($F_z(z)$).

Модели из ове фамилије VaR и ES су веома популарни и показују завидне резултате када се користе за сврху процене ризика према захтевима Базелских стандарда. Детаљније о перформансама ових модела видети у радовима McNeil-a, Frey-a и Embrechts-a.

3.2. Модели засновани на претпоставци о идентичној и независној дистрибуцији и основама историјске симулације

Модели засновани на претпоставци о IID дистрибуцији, представљени у облику модела историјске симулације представљају најзаступљеније моделе VaR и ES у процени ризика у банкама и другим финансијским институцијама⁵⁵. Најједноставнији, уједно и најпознатији модел из ове групе јесте стандардни модел историјске симулације. Уједно он представља и основу за развој свих осталих непараметарских и полу-параметарских модела VaR, па отуда се читава класа ових модела назива моделима историјске симулације.

Основна карактеристика стандардног модела историјске симулације јесте да се процена ризика своди на једноставно утврђивање највећег губитка у посматраном историјском периоду за дати ниво поверења. Довољно је познавати само историјску дистрибуцију вероватноћа приноса портфолија и на основу ње утврдити потенцијални губитак за дати ниво поверења. С обзиром на то да при томе није потребно извршити оцену параметара, нити је потребно познавати теоријску дистрибуцију којој одговара емпиријска дистрибуција, то се читава класа модела VaR и ES заснованих на стандардном моделу историјске симулације назива непараметарским моделима VaR. Често се овај назив и погрешно користи за описивање великог броја полу-параметарских модела који су изграђени на основама историјске симулације. Разлог томе је што су у основи ти модели варијација стандардног модела историјске симулације. Будући да захтевају оцену неког параметра не могу се класификовати у чисто непараметарске моделе. Како би се избегло ово, у овој дисертацији, класични модели VaR и ES класификовани су на моделе који су примарно оријентисани за задовољење

⁵⁵ У банкама и другим финансијским институцијама најзаступљенији су модели историјске симулације са око 73% (Perignon-a и Smith (2010)).

претпоставке IID и који су изграђени на моделу случајног хода. Иако и параметарски модели о којима је било речи задовољавају претпоставку о IID, за потребе дисертације у ове моделе су искључиво класификовани и описани модели VaR и ES изграђени на теоријским основама стандардног модела историјске симулације.

Основна премиса на којој је изграђен стандардни модел историјске симулације јесте да ће се прошлост поновити, те да се на основу серије историјских приноса портфолија банке могу предвидети будући приноси. Економетријским речником, то значи да је изграђен на претпоставци о IID дистрибуцији. Ово се постиже на тај начин што се свим историјским приносима из узорка, на основу кога се врши процена VaR или ES, додељује иста важност, односно пондер.

Салгасно Zikovic-у (2007), претходно речено имплицира да се процена VaR, добија применом следећег израза:

$$VaR_{N=1|N}^{cl} \equiv r_w((N+1)cl) \quad (30)$$

при чему је $r_w((N+1)cl)$ преузет из уређеног низа приноса $\{r_w(1), r_w(2).. r_w(N)\}$.

при чему су:

r_w - принос портфолија банке

N - број података

cl - просечан принос портфолија

Сагласно Pritsker-у (2001), додељивањем свим приносима из узорка исти значај (тежина/пондер) обезбеђује се задовољење претпоставке о IID. Међутим, задовољење ове претпоставке на овај начин уједно представља и највећи недостатак овог модела. Прво, не постоји теоријско објашњење зашто би исти значај за процену ризика требало да има први најстарији принос из узорка, као и последњи тј. најновији, као ни зашто сваки податак током целог периода узорковања истом јачином утиче на процену вредности при ризику, а само дан касније нема никакав утицај, када испадне из узорка. Ово се дешава јер се процена VaR заснива на тзв. *rolling windows*.⁵⁶

Други велики недостатак овог модела је тај што мали број екстремних података спада у реп дистрибуције. Ово је посебно изражено када се процене ризика врше у складу са Базелским стандардима. О овим недостацима више ће бити речи у наставку дисертације.

⁵⁶ Детаљније о недостацима везаним за схему пондера код стандардног модела историјске симулације видети у радовима Zikovaic-a (2010, 2010a).

У циљу елиминисања и редуковања ових недостатака стандардног модела историјске симулације велики број аутора предложио је своје варијанте унапређења. Сва учињена унапређења могу се класификовати у две групе.

Прву групу чине модели који су у потпуности ослобођени оцена параметара. Најпознатији такви модели су модел огледала и модел пондерисан временом у литератури познат као BRW модел историјске симулације. Оба модела представљају веома једноставно унапређење стандардног модела. Код модела огледала историјски приноси се мултипликују са -1 . На тај начин се повећава број опсервација по принципу огледала, па отуда и назив модела. Ово унапређење представљено је од стране Holton-a (1998), а суштина унапређења јесте да се повећава број података, посебно оних који спадају у реп дистрибуције, али без кршења претпоставке о IID дистрибуцији. Познато је да са повећањем броја опсервација се повећава и вероватноћа да се наруши претпоставка о IID. Zikovic-a и Filer-a (2009) посебно истичу овај модел када се користи за процену ES на тржишта у настајању. За разлику од њих истраживање Радивојевића и сарадника (2016) спроведено на тржишту капитала Републике Србије указују да модел не доприноси супериорнијим проценама у односу на стандардни модел.

Унапређења ове варијанте историјске симулације, обично иду у правцу филтрирања историјских приноса применом ARMA и/или (G)ARCH модела. Таква унапређења могу се наћи и код домаћих аутора. Радивојевић и сарадници (2020) предложили су ARMA(p,q)-(G)ARCH(p,q) модел огледала историјске симулације. Модел су користили за процену ES на осамнаест тржишта развијених и неразвијених земља Европе, и модел се показао као поуздан у контексту мерења ризика према правилима Базел III стандарда. За оцену валидности модела користили су Berkowitz-ев модел.

BRW модел представља унапређење које је усмерено на решавање проблема стандардног модела историјске симулације везаног за додељивање истих пондера сваком податку тј. историјском приносу из узорка који се користи за процену VaR. Код овог модела историјски приноси пондеришу се применом приступа експоненцијалног усклађивања (*Exponential Smoothing Approach - EXP*), тако што се сваком фактору у зависности од његове старости додељује одговарајући пондер који се израчунава на следећи начин:

$$[(1-\lambda)/(1-\lambda^N)], [(1-\lambda)/(1-\lambda^N)] \lambda, \dots, [(1-\lambda)/(1-\lambda^N)] \lambda^{N-1},$$

при чему (λ) представља фактор опадања⁵⁷.

Иако су творци овог модела презентовали супериорније процене добијене овим моделом у односу на стандардни модел историјске симулације, у литератури се ретко могу наћи подаци који говоре да овај модел има значајно супериорније процене ризика у односу на стандардни модел. Истраживање које потврђује тврдње аутора модела је истраживање које су спровели Станић и сарадници (2012) на тржиштима у настајању.

Другу групу чине модели који у процени VaR и ES захтевају оцену једног или више параметара. Најпознатији такав модел јесте филтрирани модел историјске симулације.

Филтрирани модел историјске симулације базира се на пондерисању историјских приноса проценом волатилности. Тако се уместо обичних историјских приноса портфолија банке, користе приноси пондерисани волатилношћу за процену VaR, што се матемачитки може исказати у следећем облику:⁵⁸

$$\hat{z}_{t+1-\tau} = r_{t+1-\tau} / \sigma_{t+1-\tau} \quad (31)$$

при чему су:

- \hat{z} - стандардизован принос портфолија
- $\sigma_{t+1-\tau}$ - Оцена стандардне девијације добијена применом модела оцене условне волатилности

Уобичајено је да се за оцену условне волатилности користе GARCH модели, о чему је већ било речи у дисертацији.

Даља процена VaR применом овог модела подразумева да се на основу овако симулираних стандардизованих приноса портфолија $\{\hat{z}_{t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m$ генерише велики број вредности портфолија. Процена VaR у складу са правилима Базелског комитета добија се применом следећег израза:⁵⁹

$$VaR_{i+1} = -\sigma_{t+1} \text{percentile} \left\{ \left\{ \hat{z}_{t+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^m, 100p \right\} \quad (31)$$

Применом израза (31) могуће генерисати велики број приноса. То је из разлога што се симулације могу понављати неограничено много пута. Тиме се решава један од важних проблема историјске симулације, а то је слаба моћ предвиђања ризика када се процене врше на ограниченом узорку. Узорку са малим бројем података. Бројна

⁵⁷ Данас бројни аутори раде на унапређењу фактора опадања, попут Zikovic-а и Prohaska.

⁵⁸ Christoffersen, P., оп цит. стр. 111.

⁵⁹ Исто, стр. 113.

истраживања сведоче у корист овог модела, било када се користи за процену VaR или ES.⁶⁰ Посебно валидне процене ES овај модел генерише на тржиштима у настајању када се заснива на моделима волатилности који кооптирају асиметрију и ефекат леверица.⁶¹

Рапе уз рапе са филтрираним моделом историјске симулације јесте модел који су предложили Engle и Manganelli (2004). Полазећи од емпиријских истраживања која показују да се приноси портфолија групишу у кластере током времена, што се рефлектује кроз ауторегресивну дистрибуцију вероватноће приноса портфолија, те да са тим у вези мера ризика, која је блиско повезана са стандардном девијацијом, као што је VaR, треба да показује исте особине, Engle и Manganelli (2004) су предложили модел који у основи представља условну ауторегресиону спецификацију VaR. Условна ауторегресиона спецификација VaR у ствари представља природан начин на који се ова карактеристика серије приноса портфолија може формулисати. Уместо да се моделира цела дистрибуција, модел се заснива на оцени квантила. У општем облику модел се може исказати на следећи начин:

$$\text{VaR}_t(\beta) = \beta_0 + \sum_{i=1}^q \beta_i \text{VaR}_{t-i}(\beta) + \sum_{j=1}^r \beta_j l(x_{t-j}) \quad (32)$$

при чему су:

β - вектор непознатих параметара

p - димензија вектора непознатих параметара реда $q+r+1$

L - функција коначног броја заосталих опсервираних вредности

Валидност модела потврђена је, како на развијеним тржиштима, тако и на тржиштима земаља у развоју, што је документовано у радовима бројних, попут Nieto-a и Ruiy-a (2008), Harmantzis-a et al. (2006), Şener, Baronyana and Mengütürk (2012) и др.

На основу свега горе апострофираног, лако се може закључити, да поделу класичних модела VaR и ES која је дата у овој дисертацији, треба условно прихватити

⁶⁰ Brandolini, D. and Colucci, S. (2013): "Backtesting value-at-risk: a comparison between filtered bootstrap and historical simulation", *Journal of Risk Model Validation*, vol. 6, No. 4, pp. 3-16.

⁶¹ Ефекат леверица; промене цене финансијске активе показују негативну корелисаност са променама у волатилности.

јер је тешко подвући јасну границу између модела. Класификација је направљена, преваходно да се укаже на разлике у теоријским основама од којих се пошло у њиховом развоју.

4. Напредни модели процене VaR и ES

Напредне моделе процене VaR и ES можемо поделити у две групе. Прву групу чине модели засновани на техникама симулације, док се у другу групу сврставају модели засновани на основним постулатима квантне физике, тачније на квантном осцилатору *Brown*-овог кретања. У наставку дисертације детаљно су представљени и анализирани неки од најпознатијих модела из ове групе.

4.1. Модели VaR и ES засновани на техникама симулације

У принципу разликују се две групе модела VaR и ES за процену ризика и потенцијалног губитка услед изложености банчиног портфолија ризицима заснованих на техникама симулације. То су модели који су засновани на примени *Monte Carlo* симулације и модели који су засновани на *Bootstrap* симулацијама.

Највећи број у литератури представљених модела који су изграђени на техникама симулације заснивају се на стандардном моделу *Monte Carlo* симулације. Стандардни модел *Monte Carlo* симулације базира се на претпоставци да се на основу емпиријске дистрибуције вероватноће приноса портфолија банке може применом алгоритама рандомизације, валидно генерисати дистрибуција будућих вероватноћа приноса портфолија. Сматра се да је довољно имати одређени сет историјских података о кретањима приноса портфолија банке да би се на основу њега предвиделе будуће промене тржишне вредности портфолија банке, уз уважавање корелације између фактора ризика свака позиције из портфолија.

Математички стандардни модел *Monte Carlo* симулације може се представити помоћу модела геометријског *Brown*-овог кретања:⁶²

⁶² Levy, G., (2004), *Computational Finance: Numerical Methods for Pricing Financial Instruments*, Butterworth-Heinemann Elsevier, Oxford, p. 80.

$$\frac{S_{t+dt}}{S_t} = \frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (33)$$

при чему су:

μ - средња вредност која се назива *drift*

σ - волатилност процеса

S_t - цена основног финансијског инструмента у тренутку (t)

W_t - *Winner-ов процес*⁶³

dW_t - случајна грешка модела

Основни проблем који код модела VaR и ES ствара примена стандардног модела *Monte Carlo* симулације јесте тај што се претпоставља да ће дистрибуција вероватноће приноса портфолија да следи нормалну дистрибуцију, јер се у основи стандардног модела *Monte Carlo* симулације налази *Winner-ов процес* који је изграђен на претпоставци да је случајна грешка модела нормално дистрибуирана случајна променљива са средином нула и варијансом (dt), односно $dW_t = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ при чему је (ε_t) стандардизована случајна променљива. Бројна емпиријска истраживања (Şener, Baronyana и Mengütürk (2012), Louzis et al. (2014), Del Brio et al. (2014), Радивојевић и сарадници (2020) и др.), како са развијених тржишта, тако и са неразвијених указују да ово није реална претпоставка јер не може адекватно да кооптира дебеле репове, односно асиметрију и искошеност дистрибуције приноса портфолија банака. О овим карактеристикама још средином прошлог века извештавали су Mandelbrot (1963) и Fama (1965).

У циљу унапређења валидности модела VaR и ES заснованим на стандардом моделу *Monte Carlo* симулације бројни аутори су своје ангажовање посветили отклањању њихових недостатака. Као резултат тога, прво су се појавили модели код којих су инкорпориране одређене екстензије које омогућавају кооптирање горе наведених особина серије приноса портфолија банака. Један такав модел предложили су и тестирали на неколико европских тржишта капитала у развоју Радивојевић и сарадници (2015). Стандардни модел *Monte Carlo* симулације унапређен је применом *Cornish-Fisher*-ове екстензије која омогућава корекцију нормалне дистрибуције за

⁶³ Детаљније о *Brown-овом кретању* видети у Hunt, J. P., Kennedy, E.J., (2000), *Financial Derivatives In Theory And Practice*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 20.

вредности коефицијента асиметрије и издужености емпиријске дистрибуције. Значајан број аутора радио је на унапређењу VaR модела укључивањем модела *Monte Carlo* симулације који се заснивају на теоријским дистрибуцијама које кооптирају дебеле репове.

Поред ових модела као алтернатива моделима пуне валуације, историјској симулацији јесу и модели *Monte Carlo* симулације који апроксимацију промене фактора ризика, који утичу на промену вредности портфолија, заснивају на делта-гама апроксимација. Ови модели полазе од претпоставке доступности вектора (δ) првих парцијалних извода вредности портфолија у односу на компоненте вектора (C) фактора ризика, и матрице (γ) одговарајућих других парцијалних извода и скаларне величине (θ) која омогућава да се уважи ефекат утицаја времена на парцијални извод вредности портфолија. Ово се математички може представити помоћу Taylor-ове апроксимације:

$$L \approx a_0 - \delta' \Delta S - \frac{1}{2} \Delta S' \Gamma \Delta S,$$

која се може једноставније написати у следећем облику:

$$\begin{aligned} L &\approx a_0 + b'Z + Z' \Lambda Z \\ &\equiv a_0 + Q, \end{aligned}$$

при чему су

$$a_0 = -\theta \Delta t \text{ и}$$

L - Taylor-ова апроксимација

Z - вектор независних стандардних нормалних случајних варијабли

Λ - дијагонала матрице облика

Γ - гама апроксимација

Σ - матрица

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_m \end{pmatrix}$$

са $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_m$ својственим вредностима $\frac{1}{2} \Gamma \Sigma_S$.⁶⁴

⁶⁴ Детаљније о Taylor-ове апроксимацији видети у Glasserman, P. et al. (2020), Efficient Monte Carlo methods for value-at-risk, Working paper.

У последње време све већи број модела VaR и ES изграђених на основама *Monte Carlo* симулације који се појављују у литератури почивају на одсуству претпоставке везане за облик емпиријске дистрибуције приноса портфолија банке. Главна критика моделима ризика заснованим на *Monte Carlo* симулацији јесте да се генерише велики број тржишних сценарија вредности портфолија на основу исте основне (теоријске) дистрибуције. Из тог разлога аутори покушавају да развију моделе код којих ће се симулације заснивати на емпиријској дистрибуцији, односно да се сваки сценарио моделира на различитој дистрибуцији.

Модели ризика засновани на техникама симулације који су ослобођени од претпоставки везаних за неку теоријску дистрибуцију приноса портфолија су модели VaR и ES засновани на *bootstrap* симулацији.

Први аутори који су применили ову технику у сврху изградње модела VaR били Cheung и Powell (2012). Они су на ставу Babu и Singh (1983), да се применом методе узроковања може успешно апроксимирати популација ресемпловањем великог броја (који тежи ка бесконачности) узорака популације, развили модел процене VaR. *Bootstrap* процедура омогућава да се, под условом да је добро специфицирана, ефикасно апроксимира функција густине вероватноће (*probability density function* - PDF) популације основних фактора тржишног ризика, која по правилу одступа од нормалне дистрибуције.⁶⁵ У контексту развоја модела VaR и ES ово значи да је могуће генерисати велики број серија историјских приноса портфолија, при чему се оне третирају као независне популације, уз напомену да се задржава иста структура генерисаних серија као и оригиналних приноса. Затим се на основу њих насумично симулира вектор приноса на основу сета података (θ). Ове могућности су Cheung и Powell (2012) применили на стандардни модел историјске симулације и на тај начин били први аутори који су развили модел ризика заснован на *bootstrap* симулацији.

На сличним идејама Радивојевић и сарадници (2016) развили су модел историјске симулације заснован на *bootstrap* симулацији, који процену VaR израчунава као просечну вредност VaR добијених за (M) симулираних серија приноса:

$$VaR_{cl} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M VaR_i \quad (36)$$

при чему се процена VaR за сваки узорак симулираних приноса добије применом следећег израза:

⁶⁵ Милојковић, Д., (2019). оп, цит, стр. 67.

$VaR_{N=1|N}^{cl} \equiv r_w((N+1)cl)$ при чему је $r_w((N+1)cl)$ преузет из уређеног низа симулираних приноса $\{r_w(1), r_w(2) \dots r_w(N)\}$.

при чему су:

cl - ниво поверења за који се врши процена VaR

r_w - симулирани принос портфолија

Унапређење овог модела долази у две, вредне помена, варијанте. Прву коју су представили Радивојевић и сарадници (2017) у облику ARMA-GARCH-BootstrapHS500 модела историјске симулације. Унапређење се огледа у укључивању ARMA и GARCH модела у *Bootstrap* модел историјске симулације. Друга варијанта вредна помена долази у облику AR(p)-GARCH(p,q)-Bootstrap модела историјске симулације представљене од Милојковић (2019). Ово унапређење подразумева укључивање аутокорелационог модела реда AR(p) и GARCH(p,q) модела.

Према резултатима истраживања које су спровели Perignon-a и Smith (2010), модели засновани на примени *Monte Carlo* симулације су други по заступљености у банкарству,⁶⁶ док према речима Orpong-a et. al (2016) *Monte Carlo* симулација представља најпознатију методологију која се користи за процену ризика банке према захтевима регулаторних органа. Разлог за то се налази у чињеници да модели засновани на техникама симулације превазилазе бројне недостатке параметарских и непараметарских модела VaR и ES, а пре свега оне везане за недовољан број података. Могућност генерисања великог броја података који одражавају особине дистрибуције вероватноће приноса портфолија банке је веома значајно, посебно када се има у виду да свако жели да процене ризика базира на што већем броју података, са једне стране, али при томе нико не жели да своје процене ризика базира на сувише старим подацима, који неће да одражавају реалне текуће услове. Отуда, задовољење ова два, на први поглед непомирљива захтева, може се задовољити применом симулационих техника.

Применом овог решења посебно се редукују проблеми модела заснованих на претпоставци о IID дистрибуцији. Прецизније речено, два проблема. Први везан за дужину временске серије, а други за број података који спада у сам реп дистрибуције. За потребе процене ризика применом непараметарских модела потребно је имати што

⁶⁶ Модели *Monte Carlo* симулације су други по заступљености у мерењу изложености банкарских портфолија финансијском ризику, са око 23%.

већи број података. Тако на пример Alexander (2001) , Zikovic (2010) и Радивојевић и сарадници (2016) истичу да је за валидну процену VaR, у складу са прописима Базелских стандарда, потребно имати на располагању серије података од око 10.000 података о дневним приносима и губицима портфолија банке. Проблем са оволико дугачком серијом јесте да уопште постоје толико дуге серије, када се зна да банке свакодневно мењају саставе својих портфолија. Имајући у виду речено, са друге стране, то би значило да што су серије података дуже то је већа вероватноћа да неће одражавати реалне тржишне услове. Служећи се економетријском терминологијом, претходно речено значи да што је серија података о историјским кретањима приноса портфолија банака дужа, то је већа вероватноћа, да ће доћи до кршења претпоставке о IID дистрибуцији. Када нису задовољене претпоставке на којима су модели VaR и ES засновани, то значи да ни процене ризика неће бити валидне.

Други проблем који се решава везан је за недостатак довољног броја екстерних података (података који спадају у реп дистрибуције) када се модели VaR и ES подешавају према правилима Базелских стандарда. Базелски стандарди захтевају да се врше дневне процене VaR засниване на узорку података од једне године за нивое поверења од 99% у случају процене VaR, односно 97,5% у случају ES. Овако кратак временски период одражава реалност тржишних услова. Међутим, са друге стране ствара проблеме малог броја података у репу који се процењују за изузетно високе нивое поверења. Пластично речено, за серију података од годину дана значи да је банци на располагању 253 дневних података. У том случају у репу дистрибуције при нивоу поверења од 99% биће свега 3 податка. Са оволико мало података веома је тешко проценити ризик за нивое поверења од 99% у случају процене VaR, односно, још теже за ниво поверења од 97,5% у случају ES. У прилог овоме сведоче и резултати истраживања које су спровели бројни аутори, попут Hendricks-a (1996), Finger-a (2006), Rossignolo et al (2012, 2013), Zikovic-a (2007, 2010), Радивојевића и сарадника (2010b, 2015). Заједничко овим истраживањима јесте да показују да постоји значајан обим грешке у процени VaR када су модели ризика калибрирани према захтевима Базелских стандарда. Изнети резултати се, превасходно односе на моделе засноване на претпоставци о IID дистрибуцији.

Предности ових модела VaR и ES, нарочито у односу на моделе историјске симулације, документовани су у бројним емпиријским истраживањима (Brotherton-Ratcliffe (1994), Kreinin et al., (1998), Boyle et al., (1997), Calfisch et al., (1997), Oppong et al. (2016), Радивојевића и сарадника (2017, 2016, 2016a), Милојковић (2019) и др.).

Међутим и ови модели имају одређених недостатака који се морају уважавати када се они користе.

4.2. Модели VaR и ES засновани на хармонијском осцилатору

Још од појаве берзе и берзанског пословања забележени су бројни покушаји да се модели из физике користе у објашњавању и описивању економских појава. Међу првим ауторима који је био успешан у овоме био је француски математичар Louis Bachelier. Наиме, Bachelier је још давне 1900. године описао кретање цене финансијске активе на тржиштима помоћу модела случајног хода. Ово се сматра уједно и првом успешном применом неког модела из физике у описивању економских и финансијских појава.

У последње време све је више покушаја примене вештачке интелигенције, data mining-a, механичког учења и сличних концепата за потребе процене ризика коме су изложени учесници на финансијским тржиштима. Један од таквих покушаја представља и развој модела VaR и ES заснованих на принципима из квантне физике. Тачније ови покушаји се свode на примену модела квантног осцилатора *Brown*-овог кретања. Међу првим ауторима који су изнели идеју могућности примене модела квантног осцилатора *Brown*-овог кретања били су Meng, Zhang и Gua (2015). Они су показали да се кретање приноса финансијске активе може описати помоћу Markovian Klein-Kramers једначине у којој парцијални диференцијални извод другог реда доприноси решењу у *Gaussian*-овом облика типа:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P} = (x, p, t) = -\frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P} + 2\gamma(p\mathcal{P}) + 2\gamma M kT \frac{\partial^2}{\partial p^2} \mathcal{P} \quad (37)$$

при чему су:

$$p(t) = M dx/dt \quad - \text{моментум}$$

$$p(t)/M \quad - \text{процес белог шума}$$

$$R(\tau) \text{ is } \langle p(t + \tau) p(\tau) \rangle \quad - \text{аутокореалциона функција процеса белог шума}$$

$$1/M^2 = \sigma^2 \delta(\tau)$$

$$\tau \quad - \text{временски интервал}$$

Оправдање за овакав предлог пронашли су у хипотези о ефикасном тржишту која почива на ставу да је кретање приноса случајан процес, $\frac{S_{t+dt}}{S_t} = \frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$, како је

то већ представљено код модела *Monte Calo* симулације. Описивање приноса на овај

начин значи да је могуће применом овог концепта израчунати и варијансу, односно стандардну девијацију као меру волатилности. Израчунавање волатилности применом ових постулата је изузетно комплексан процес, који се своди на утврђивање услова под којим одређене једначине могу да се користи за ту сврху.

Представљање кретања вредности приноса портфолија банке на квантној механици даје потпуно ново гледиште за решавање динамичких проблема на финансијским тржиштима.⁶⁷ У овом контексту принос портфолија се описује као таласна функција $|\psi_i\rangle$, при чему X и P презентације су повезане са (логаритамским) приносом и трендом кретања приноса портфолија банке, што се у математици разматра као канонском координатом и моментом приноса портфолија тј. $x_i = \ln s_i$ и $p_i = mid(\ln s_i) / dt$, респективно, уз напомену да је параметар m инерција приноса портфолија у односу на могући тренд и може се уобичајено третирати као вредност портфолија.

Претходно речено имплицира да се дистрибуција вероватноће приноса портфолија $\langle \psi_i | x \rangle \langle x | \psi_i \rangle = |\psi_i(x, t)|^2$ може користити за опис густине вероватноће приноса портфолија. Због односа несигурности $[K_s, \Pi] = \hbar i$ у квантној механици, што више учимо о координати, мање знамо момент и обратно важи.⁶⁸ Ова оригинална идеја се примењује на хартије од вредности јер што се више зна о цени хартија од вредности то мање информација се може користити за процену тренда кретања цена хартија од вредности. У стварности једини је могуће познавати дистрибуцију вероватноће могућих вредности хартија од вредности у одређеном распону. На тај начин није могуће предвидети стварну вредност у неком тренутку у будућности. Комплементарно, може се само донекле проценити тренд цене анализирајући његову дистрибуцију.

Прецизније речено, вредност портфолија може се третирати као квантни хармонијски осцилатор са његовим *Hamiltonian*-овим $H = P^2/2m + m \omega^2 X^2/2$ затвореним системом, при чему је (ω_i) карактеристична фреквенција осцилирања вредности портфолија банке. Дистрибуција вероватноће основног стања $|\psi_0(x, t)|^2$ није *Dirac*-ова функција дистрибуције. То значи да постоји мала несигурност да ће доћи до колебања вредности портфолија банке, чак и ако не постоји спољашњи утицај. Ово се може

⁶⁷ Meng, X., et. al (2015), "Quantum spatial-periodic harmonic model for daily price-limited stock markets", *Physica A*, No. 438, pp. 154–160.

⁶⁸ Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., Laloe, F., (1992), *Quantum Mechanics*, Wiley-VCH, Berlin.

описати класичном теоријом осцилација, али се може протумачити неизвесношћу нерационалних трансакција. Другим речима, ако се учесници на финансијским тржиштима не понашају у складу са хипотезом о рационалном инвеститору, онда и нема сврхе одређивати са потпуном сигурношћу будућу вредност портфолија.

Уколико се узме у обзир да је портфолио изложен великом броју ризика, који нису чисто финансијски, већ и оних који могу бити изазвани бројним догађајима, као што су политичке кризе или природне катастрофе, онда је исправније да се третира као отворен систем. У том случају боље је користити оператор густине $\rho = \sum_i C_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$. Узимајући просек интеракције између система и околине, динамика отвореног система се може решити. Овој метод је познат као метод квантне мастер једнацбе.⁶⁹ Ако се *Brown*-ове честице третирају као отворени систем (A) и резервоар топлоте као околину (E) може се извести једначина за *Hamiltonian*:

$$H = H_A + H_E + H_1 = \frac{1}{2M} P^2 + V(X) + \sum_i \left(\frac{1}{2M} p_i^2 + \frac{1}{2} m_i \omega_i^2 x_i^2 \right) - X \sum_i k_i x_i \quad (38)$$

при чему је k_i снага спајања између хармонијског осцилатора (i) и *Brown*-ове честице.

Примењујући метод квантне мастер једнацбе на једначину (38) Meng, Zhang и Gua (2015) су једноставно извели мастер Caldeira-Leggett једначину:

$$\frac{d}{dt} \rho_A(t) = -\frac{i}{\hbar} [H_A, \rho_A(t)] - \frac{i\gamma}{\hbar} [X, \{P, \rho_A(t)\}] - \frac{2M\gamma KT}{\hbar^2} [X, [X_A, \rho_A(t)]] \quad (39)$$

са Ohmic-Lorentz-овом спектралном густином $J(\omega) = \sum_i \kappa_i^2 \delta(\omega - \omega_i) / 2m_i \omega_i \approx 2\pi^{-1} M \gamma \omega \Omega_{\text{cut}}^2 / (\Omega_{\text{cut}}^2 + \omega^2)$ што одражава карактеристике аутокорелације система. Примењујући *Марковљеве* апроксимације Meng, Zhang и Gua су мапирали везу између квантног система и финансијског тржишта. Суштина је пронаћи под којим условима се може користити која квантна мастер једначина за описивање кретања вредности портфолија банке. Због њихове комплексности оне нису анализирани у овој дисертацији. Суштина је сагледати динамику између портфолија, као квантног отвореног система и његове средине.⁷⁰

⁶⁹ Breuer, H., P. Petruccione, F., (2002), *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford University Press, Oxford.

⁷⁰ Детаљније о овоме видети у Hanggi, G.L., (2005)., *Fundamental aspects of quantum Brownian motion*, Working paper.

4.3. Модел VaR и ES заснован на неуронској мрежи

Развој модела VaR и ES заснованих на неуронским мрежама, такође, представља резултат покушаја примене вештачке интелигенције, *data mining*-а и механичког учења у описивању и решавању економских и финансијских проблема. Спознаја да флукуације у серијама приноса портфолија банака не следе стохастичке процесе који се једноставно могу представити моделом случајног хода, кооптирати применом ARCH/GARCH модела, као ни линеарним моделима типа ARMA⁷¹ или ARIMA, утицали су на бројне ауторе да решење потраже у примени концепта вештачке неуронске мреже (*Artificial Neuron Network* - ANN). Другим речима, употреба овог концепта управљања ризицима у финансијама мотивисана је жељом да се преброде ограничења традиционалних техника везаних за предвиђања образаца понашања активе на финансијским тржиштима.

Уопштено говорећи, концепт вештачке неуронске мреже настао је на идеји да се развију математичке структуре које би биле у могућности да опонашају рад људског мозга, те да се као такве користе у решавању практичних проблема.⁷² У основи разликују се две групе модела: статички и динамички модели неуронских мрежа. Статички модели неуронских мрежа су они модели који код синаптичке⁷³ операције представљају множење улазног сигнала са тежинским коефицијентом, док соматску операцију представља сабирање производа свих улазних сигнала са тежинским коефицијентима и њихово поређење са прагом осетљивости неурона. Када је сума производа већа од прага, активациона функција генерише излазни сигнал. Динамички модели неуронских мрежа су они модели неуронских мрежа код којих излазни сигнал, поред улазних података и тежинских коефицијента, зависи и од прошлих стања синаптичких веза.

⁷¹ ARMA(p,q) модели спадају у групу модела константне волатилности, тако да они моделирају безусловну волатилност. Таква волатилност може бити дефинисана као варијанса безусловне дистрибуције стационарног процеса генерисања приноса. ARIMA су специјални случај ARMA(p,q) код који је способан да кооптира нестационарност у временској серији података.

⁷² Novaković, S., (2013), *Solving Machine Learning Classification Problems, Business Process Reengineering*, Fakultet tehničkih nauka u Čačku Univerzitet u Kragujevcu, p. 92.

⁷³ Синаптичка операција подразумева детерминисање важности улазних сигнала (података), док соматска подразумева сабирање улазних сигнала и генерисање импулса.

Независно од горе реченог, неуронске мреже могу се јавити у неколико облика. Међутим, за потребе предвиђања кретања вредности активе на финансијским тржиштима уобичајена је употреба вишеслојног перцептрона (*multy-layer perceptron* - MLP). Стандардни модел MLP састоји се из три слоја: улазног слоја, код којег број његових чворова одговара броју објашњавајућих варијабли; излазног слоја, код којег број чворова одговара броју варијабли одговора; и скривеног (посредног) слоја, од чијег броја чворова зависи сложеност модела. Овај слој модела омогућава мрежи да учи и да се прилагођава и закључује о новим инпутима на основу претходно научених чињеница.⁷⁴ Уједно овај слој разликује MLP модел од једноставних линеарних регресионих модела. Могуће је да MLP модел има и већи број ових слојева, али један је довољан да се кооптирају нелинеарне зависности, уз напомену да се оптималан број слојева утврђује експериментисањем или методом покушаја и погрешки.

Поред тога, улазни и скривени слој садрже и додатни чвор тзв. чвор нагиба. Овај чвор има фиксну вредност један и има исту функцију као и одсечак у традиционалним регресијским моделима. Сваки чвор једног слоја има везе са свим осталим чворовима следећег слоја.

У MLP моделу мрежа обрађује информације на следећи начин: улазни чворови садрже вредност објашњавајућих варијабли. Будући да свака веза чвора представља фактор тежине, информације допиру до једног скривеног чвора слоја као пондерисане суме његових улаза. Сваки чвор скривеног слоја преноси информације кроз нелинеарну активацијску функцију и прослеђује их излазном слоју ако је израчуната вредност изнад неког прага.

Имајући у виду: 1) ограничења анализираних модела VaR и ES за процену ризика коме су изложени портфолији банака, у контексту Базелских стандарда; и 2) могућности примене модела неуронских мрежа за потребе процене ризика, у дисертацији је развијен и представљен нови модел за процену ризика портфолија банака заснован на неуронским мрежама. Тачније у дисертацији је развијен нов модел VaR, односно ES, који се заснива на комбиновању стандардног модела VaR, односно ES, заснованог на теорији екстремне вредности (*Extreme Value Theory* – EVT) и стандардног MLP модела. На тај начин изграђен је потпуно нови модел, који се може означити као EVT-MLP(VaR)/ES модел за процену ризика. Иначе у теорији управљања финансијским

⁷⁴ Gradojevic, N., Yang, J. (2000), The Application of Artificial Neural Networks to Exchange Rate Forecasting: The Role of Market Microstructure Variables, Bank of Canada Working Paper 2000-23.

ризицима правило је да се модели означавају почетним словима концепата на којима почивају, као и бројевима који означавају величину узорка на основу којег се врши процена ризика. Будући да се нови модел темељи на комбинацији EVT-VaR/ES и стандардног MLP модела, он експлоатише предности оба модела у процени финансијског ризика, али и њихове недостатке. Недостаци модела су пре свега везани за комплексност примене стандардног MLP модела, али и оцене параметара који подразумева примена EVT-VaR/ES модела.

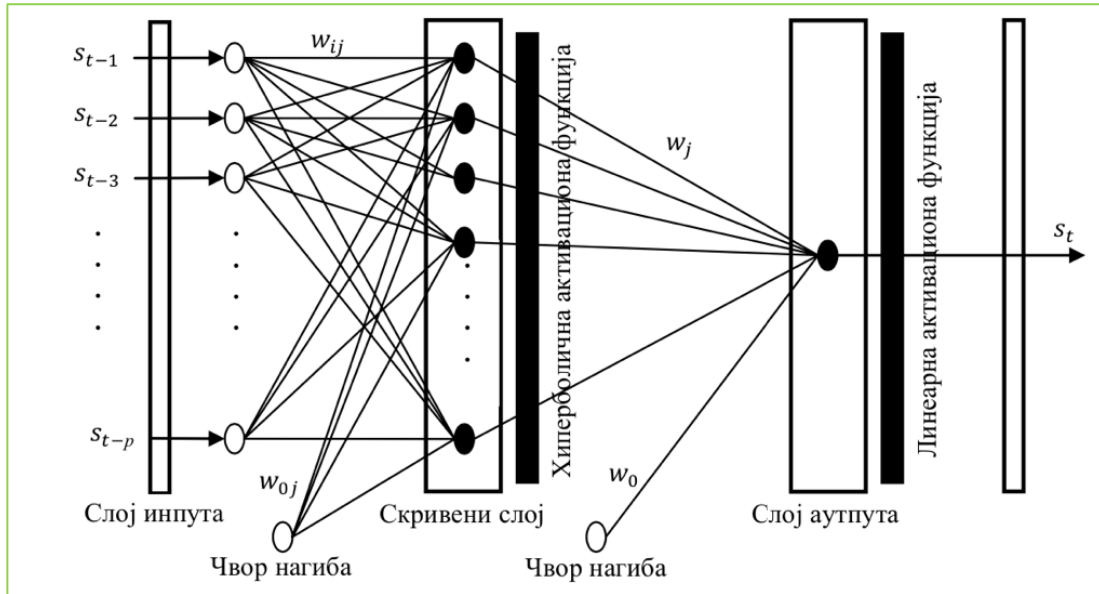
Мотивација за развој новог модела налази се у чињеници да је MLP: 1) нелинеаран модел, те као таква може да кооптира нелинеарне зависности између фактора ризика портфолија банке; 2) да се не заснива на постављању теоријских претпоставки везаних за понашање серија приноса портфолија банке, односно фактора ризика и природе корелације између њих; 3) да може да апроксимира велики број континуираних функција тј. може да кооптира понашање великог броја фактора ризика портфолија банке и њихових утицаја на ризичност банчаних портфолија; и 4) да омогућава поуздане процене ризика и у ситуацијама када су портфолији изложени великом броју екстерних фактора,⁷⁵ али и добрим перформансама EVT-VaR/ES модела када се користе за процену ризика на тржиштима у настајању у контексту задовољења правила Базелског комитета.

Прецизно говорећи, модел је изграђен на основама стандардног MLP модел у који је инкорпорирана формула за процену EVT-VaR/ES, уз претпоставку да је индекс репа (ξ) мања од 1.

Ради једноставнијег објашњења основа модела, део који се тиче неуронске мреже се може представити као на слици. 6.

Слика 6. Структура неуронске мреже модела EVT-VaR/ES

⁷⁵ Детаљније о предностима примене модела неуронских мрежа у друштвеним наукама видети у Khashei, M., Bijari, M. (2010), "An artificial neural network (p, d, q) model for time series forecasting", *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, No. 1, pp. 479 - 489.



Извор: Аутор

Веза између улазних варијабли (s_{t-1}, \dots, s_{t-p}) (историјских приноса портфолија и процена ризика добијених применом EVT-VaR/ES) и излазних резултата (s_t) (процена ризика) у моделу је обухваћена следећом релацијом:

$$s_t = w_0 + \sum_{j=1}^q w_j g \left(w_{0j} + \sum_{i=1}^p w_{ij} s_{t-i} \right) + \varepsilon_t \quad (40)$$

при чему су:

- $\omega_{i,j}, \omega_i$ - параметри модела
- p - број неурона у улазном слоју
- q - број неурона скривеном слоју

Параметри модела су приказани стрелицама које повезују неуроне у улазном и скривеном слоју, као и неуроне у скривеном и излазном слоју. На слици 5, приказани чворови нагиба имају улогу фиксног параметра у класичним регресионим моделима. Вредности неурона у улазном слоју множе се са одговарајућим параметрима и сабирају, а овај пондерисани збир се преноси кроз активациону функцију, како би се добила генеричка процена ризика. Процене ризика, исказане у форми ES, као улазне варијабле, добијају се применом следећег израза:

$$ES - EVT = \frac{VaR_{cl}}{1 - \xi} + \frac{\sigma - \xi u}{1 - \xi} \quad (41)$$

односно исказане у категорији VaR применом следеће израза:

$$VaR_{cl} = q_{cl}(F) = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[\left(\frac{1-cl}{k/N} \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (42)$$

уз напомену да се оцена параметра индекса репа добија применом употребе *Hill*-овог оцењивача:

$$\hat{\alpha}^H = 1/\xi, \quad (43)$$

и услов да је $cl \geq F(u)$, при чему је $\hat{F}(u) = 1 / \frac{k}{N} \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\hat{\sigma}} \right)^{-\frac{1}{\xi}}$.

Уз услов да је довољно висок праг $F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma(u)}(y)$, при чему је $y = (x - u)$.

при чему су:

μ - параметар локализације

σ - мера дисперзије

$1/\xi$ - индекс репа дистрибуције

N - укупан број опсервација

k - број опсервација изнад прага

u - вредност прага

$\hat{\alpha}^H$ - *Hill*-ова оцена индекса репа дистрибуције

cl - ниво поверења за који се врши процена ризика

$G_{\xi, \sigma(u)}$ - уопштена *Pareto* дистрибуција (*GPD*):⁷⁶

Активациона функција за неуроне у узлазном нивоу није дефинисана јер је улога ових података само да пренесу информације у скривени слој, док је за скривени слој коришћена логична функција, а за излазни линеарна функција облика $F(x) = \sum_i x_i$. На тај начин у моделу се формира нелинеарна функција којом се, на основу прошлих EVT процена ризика долази да генеричких процена ризика.

За учење мреже коришћен је алгоритам *Backpropagation* алгоритам учења, као оптимизациона метода првог реда, заснована на алгоритму најстрмијег опадања. Суштина је да се уочене грешке враћају назад у алгоритам. Процес тестирања мреже заснива се на *Sharif*-вом алгоритму, који се може илустровати на следећи начин:

⁷⁶ Pearson, N., (2002), *Risk budgeting: Portfolio Problem Solving with Value at Risk*, John Wiley and Sons, Chichester, p. 249.

Слика 7. Алгоритам за тестирање модела



Извор: (Shapiro, A. F. (2000), “A Hitchhiker’s guide to the techniques of adaptive nonlinear models”, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 26, No. (2-3), pp. 119-132.)

Суштина процеса тестирања огледа се да се врши случајан избор вредности параметара везама између неурона, које репрезентују јачину везе између њих и садрже меморију мреже. Затим се на основу њих спроводе синаптичке и соматске операције, све док се не утврди оптимално решење.

Математички учење мреже у моделу се може приказати на следећи начин:

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}(t) \quad (44)$$

при чему су:

$w_{i,j}(t)$ - вредност параметра у кораку (t)

$\Delta w_{i,j}(t)$ - прилагођавање вредности параметра $w_{i,j}(t)$ у кораку (t) што се може представити на следећи начин:

$$\Delta w_{ij}(t) = \eta \delta_{ij}(t) x$$

при чему су:

x - вредност неурона

η - брзина прилагођавања параметра w

$\delta_{i,j}$ - сигнал грешке

Препоручљиво је да се за тестирање мреже користи око 70% података, 20% за оптимизацију и око 10% за тестирање предвиђања.

5. Компарација апликативности анализираних модела у контексту Базел III стандарда на тржиштима у настајању

Генерални закључак који се може извести о VaR и ES моделима ризика који се користе за процену ризика, на основу свега претходно реченог јесте да не постоји најбољи модел. Сви модели имају одређених предности и недостатака, тако да избор између њих мора да буде детерминисан специфичношћу банчиног портфолија и услова на тржишту, са једне и рачунске захтевности и трошкова имплементације, са друге стране. Другим речима, оптималан избор представља trade off између поузданости процене и ефикасности имплементације.

Тако једноставни параметарски модели попут варијанса-коваријанса или *RiskMetrics*, с аспекта trade off-а између поузданости процене ризика и рачунарске захтевности представљају добар избор када серије приноса портфолија банака следе нормалну дистрибуцију. У супротном њихова употреба у најбољем случају може да произведе прецењене процене ризика тј. да у контексту задовољења захтева Базелских стандарда, испуне критеријум безусловног покрића.

У случају да постоје велике флукуације у серијама приноса портфолија банака, параметарски модели засновани на ARCH/GARCH моделима волатилности представљају оптималан избор с аспекта поузданости процене ризика и трошкова имплементације. Међутим, овде треба бити опрезан јер рачунарска комплексност, а са тиме и трошкови имплементације расту са повећањем броја параметара које треба проценити у моделу волатилности. Из тог разлога приликом избора модела волатилности треба уважавати ову чињеницу. Емпиријска истраживања посебно иду у прилог употребе модела који су у стању да кооптирају асиметрију, било да се ради о процени ризика у категорији VaR, било у категорији ES, када су модели подешени према захтевима Базел III стандарда.

Можда је, с аспекта поузданости када се процена ризика врши за потребе задовољења Базел III стандарда, избор модела историјске симулације најдискутабилнија алтернатива. Будући да *name* од проблема недовољног броја података у репу дистрибуције, то је са њима тешко проценити ризик за екстремно високе нивое поверења какви су прописани Базел III стандардом.

Донекле овај проблем могуће је ублажити инкорпорирањем *bootstrap* методе у ове моделе или применити Monte Carlo симулацију. Дobar пример овог другог јесте филтрирани модел историјске симулације. Међутим и *Monte Carlo* симулација зависи од спецификације и избора теоријске дистрибуције. Отуда се, у принципу, све симулације заснивају на истој дистрибуцији. Из тог разлога поједини аутори, попут Tapiero-а (2004) истичу да примена ових модела треба да се заснива на ГИГО принципу (*garbage in, garbage out*). Упркос овоме емпиријска истраживања иду у прилог овим моделима, о чему најбоље сведочи податак да су модели историјске симулације заступљени у банкама и другим финансијским институцијама, са око 75%, у проценама ризика.

Примена модела заснованих на принципима квантне физике је још увек у повоју и немају пуну потврду у пракси. Мада ови модели имају велики потенцијал, како у смислу генерисања поузданих процена VaR и ES, тако и у смислу даљег њиховог развоја. Изузетна комплексност утиче да ови модели још увек нису толико коришћени у свету банкарства и финансија.

Иако модели VaR и ES засновани на неуронским мрежама имају низ, с теоријског аспекта, предности у односу на све претходно анализирани моделе ризика, велики број ограничења често стварају скептицизам у њиховој употреби у банкарству за процену ризика. Главно ограничење код ових модела везано је за избор улазних података. Избор улазних података сваке мреже заснива се више на покушајима и грешкама и познавању тржишта стручњака, а не на некој формалној статистичкој процедури.⁷⁷ Штавише, иако постоји мноштво емпиријских доказа о њиховој корисности у предвиђању и трговању на берзи, постоји само неколико радова који покушавају да се баве њиховом применом у управљању ризицима.

⁷⁷ Dunis, C., et al. (2008), Modelling Commodity Value at Risk with Higher Order Neural Networks, Working paper.

Трећи део

Валидација модела вредности при ризику и условног очекиваног губитка (Value at Risk – VaR и Expected Shortfall – ES)

1. Модел за процену валидности модела VaR заснованих на Базел II стандарду

Према захтевима Базелског комитета, који су дефинисани у оквиру Базел II и Базел III стандарда, банке су у обавези да свакодневно тестирају валидност својих модела ризика. У литератури ова процедура позната је под називом *backtesting*. У принципу она подразумева утврђивање броја прекорачења.

За разлику од избора модела ризика, где је банкама остављена потпуна слобода у избору, у складу са природом њихових портфолија, као и пословним политикама, у случају тестирања валидности модела ризика Базелски комитет јасно је прописао модел који оне морају да користе. У стручним круговима овај модел је познат под називом *traffic light* приступ.

Недостаци и једноставност овог приступа у смислу постојања велике вероватноће прихватања неисправних, односно одбацивања валидних модела, као и потреба да се даље унапреди управљање ризицима у банкама, утицали су на даљи развој модела за тестирање валидности модела VaR.⁷⁸ Из тог разлога данас се у стручној литератури може наћи велики број модела за тестирање валидности модела VaR. Међу њима посебно се својом популарношћу истичу *Kupiec*-ов и *Christoferson*-ов модел, који ће у својим најновијим изведбама бити представљени у овом делу дисертације.

⁷⁸ Радивојевић, Н., Турчић, Н., Стиновић, И., (2016), „*Traffic light* приступ” Економски видици, Вол. 21, бр. 4, стр. 307-318.

Услед недостатака VaR модела, а пре свега чињенице да процена VaR не задовољава услове кохерентне мере ризика, Базелски комитет је у оквиру Базел III стандарда прописао употребу ES као мере ризика. Међутим, за разлику од тестирања валидности VaR модела, тестирање ES модела је знатно комплексније. То је разлог зашто у оквиру Базел III стандарда није прописан и начин потврђивања ваљаности процена ES. Бројни аутори, као што су Emmer et al. (2013), препоручили су различите методе *backtesting*-а ES модела, али већина се слаже да први корак у тестирању валидности ових модела мора да подразумева спровођење VaR *backtesting* процедуре. Ово се предлаже из разлога што нетачне процене VaR, аутоматски значе и погрешне процене ES. Обратно не важи. Тако да уколико су процене VaR тачне, то нужно не подразумева да су и процене ES тачне. Из тог разлога оне морају бити подвргнуте посебном тестирању валидности. Будући да Базелским стандардима није прописан модел или приступ који треба користити, банкама је избор остављен на слободној вољи. Последњих пар година велики број аутора ради на развоју таквих *backtesting* модела. Својим потенцијалом посебну пажњу привлаче следећи модели: *Berkowitz*-ев тест, *Acerbi u Szekely* тест, *Righi u Ceretta*-ијев тест скраћене дистрибуције и *Wong*-ова техника седла. Иначе сви ови модели су предмет анализе у овом делу дисертације.

Независно од тога да ли се ради о моделима за тестирање валидности VaR или ES модела, заједничко им је то да су сви они изграђени на одређеним асимптотским претпоставкама, те отуда имају ограничену вредност када се примењују на ограничене (коначне) узорке. Из тог разлога потребно је верификовати валидност ових модела. У ту сврху најчешће се користи *Dufour Monte Carlo* тест процедура или *Bootstrap* симулације. Ове методе су предмет анализе на крају овог дела дисертације.

1.1. Traffic light приступ

Базел II стандард је први стандард, прописан од стране Базелског комитета, према коме су банке добиле могућност да изложеном ризику својих портфолија процењују применом интерних модела VaR, а у циљу израчунавања адекватности капитала за ову врсту ризика. Овим су банке добиле могућност да ниво потребног капитала за покриће изложености портфолија тржишном ризику утврде у складу са стварном изложеношћу, а не према тамо неком пропису регулаторних органа. Међутим, ова могућност праћена је и дефинисањем низом услова које банке морају да задовоље да би могле да користе

интерне моделе VaR за те потребе. Тако је Базел II стандардом прописано да банке своје процене ризика применом интерних модела VaR морају да врше дневно и то према следећим захтевима:

- 1) проценом мора да се одражава волатилност портфолија у периоду од 10 дана;
- 2) процена мора да се врши за ново поверења од 99%;
- 3) процена ризика мора да се заснива на серији од једне године дневних података (апроксимативно ово одговара серији од око 250 података о промени вредности портфолија банке);
- 4) временска серија података мора да буде предмет тромесечног ажурирања.

Процена овако утврђеног ризика, вредности VaR, представља основ за утврђивање адекватности капитала за тржишни ризик. Прецизније, ниво капитала који су банке дужне да издвоје јесте износ који је једнак већој од следеће две вредности:⁷⁹

- 1) процене VaR утврђене на крају претходног дана, кориговане за ризик од неизмирења обавезе, или
- 2) просечне VaR израчунате за претходних 60 радних дана и помножене фактором скалирања 3 увећаним за плус фактор у складу са резултатима тестирања валидности модела и по потреби увећане за капитални захтев за ризик неизмирења обавеза.

Вредност фактора скалирања зависи од валидности банчиног модела ризика. Утврђује се према јасним критеријумима, који су прописани *traffic light* приступом. Према овом приступу модели VaR сврставају се у једну од следеће три зоне: зелену, жуту и црвену, у зависности од броја прекорачења.

Модели који нису произвели више од 4 прекорачења у току периода тестирања (од 250 дана) иду у зелену зону. У том случају фактор скалирања остаје 3 и не увећава се за плус фактор јер се модели сматрају валидним. У жуту зону се класификују модели који су гнереисали више од 4, а мање од 10 прекорачења. У случају постојања оваквих модела, банке су у обавези да увећају фактор скалирања од 0,4 до 0,85. Износ увећања зависи од броја прекорачења. Тачна вредност увећања се може представити следећом шемом:

⁷⁹ Радивојевић, Н., (2014), оп. цит. стр. 49 – 50.

$$m = \begin{cases} 3,00 \\ 3,40 + 0,10(T - 5) \\ 3,65 + 0,10(T - 7) \\ 4,00 \end{cases} \text{ ако је } \begin{cases} T \leq 4 \\ 5 \leq T \leq 6 \\ 7 \leq T \leq 9 \\ \text{више} \geq 10 \end{cases}$$

при чему је:

m - фактор скалирања

T - број прекорачења, прописан од стране Базелског комитета

У последњу зону сврставају се модели који производе више од 10 прекорачења. Такви модели се сматрају неисправним моделима и банке не могу да их користе за процене ризика.

Основни недостатак овог приступа јесте у великој вероватноћи прихватања нетачних, односно одбијања валидних модела. Статистичким речником, велика је вероватноћа јављања грешке I и II пута. Честа критика приступа односи се и на услов да се примењује фактор валидности. Куріес-у и О'Вриен-у као контра аргумент истичу да ако банка користи модел ризика који је доказан као валидан, зашто се онда кажњава да издваја три пута већи износ капитала од стварне изложености њеног портфолија тржишног ризику.

1.2. Тестови безусловног покрића

На основама модела безусловног покрића ризика, у литератури познатом под називом тест прекорачења (*Proportion of failures* - POF), који је представио Куріес 1995. године, Sanelon et al. (2011) развили су модел за тестирање валидности VaR модела, који је познат под називом нови Куріес-ев тест безусловног покрића. Иначе у литератури се читава класа овог модела може наћи под називом Куріес-ов тест безусловног покрића, што понекад доводи у заблуду о којој варијанти је реч.

У литератури се може наћи велики број модела, односно тестова за процену валидности модела ризика, који се фокусирају на број прекорачења, односно на особину безусловног покрића,. Међутим, свима њима заједничко је то да су у развоју модела

пошли од става да се процене VaR посматрају као низ погодака и прекорачења, које се могу исказати помоћу функције индикатора:⁸⁰

$$I_{\alpha,t+1} = \begin{cases} 1 & \text{за } r_{t+1} > VaR_{t+1} \\ 0 & \text{за } r_{t+1} \leq VaR_{t+1} \end{cases}$$

при чему индикатор ($I_{\alpha,t+1}$) узима вредност један када је стварни губитак у тренутку ($t+1$) већи од процене VaR начињене за тај дан, односно узима вредност нула, када је губитак мањи или једнак процени VaR. Другим речима, пошли су од става да валидан модел VaR, мора да генерише низ прекорачења и погодака који задовољава следећа три услова:

- 1) да се низ прекорачења и погодака може описати помоћу *Bernoulli*-ијеве дистрибуције са вероватноћом (p), при чему је та вероватноћа једнака разлици (1) и нивоа поверења, што се математички може записати у следећем облику:

$$\Pr(T|N, p) = \binom{N}{T} p^T (1-p)^{N-T} \quad (45)$$

при чему су:

- T - број прекорачења
- N - укупна број података
- p - вероватноћа

- 2) да задовољава особину независности дистрибуције, тј. да прекорачење или погодак из претходног периода не утиче на појаву новог прекорачења односно поготка; и
- 3) да је вероватноћа настанка прекорачења мања или једнака разлици између (1) и нивоа поверења, што се математички може записати у следећем облику:

$$\mathbb{P}[I_{\alpha,t+1}(p)] = \mathbb{E}[I_{t+1}(p)] = p \quad (46)$$

при чему је $\alpha = 1 -$ ниво поверења (с1), односно $p = \alpha$. Иначе ова особина је позната као особина безусловног покрића. Једноставно значи да је модел VaR валидан уколико број прекорачења је једнак или мањи од стопе прекорачења која представља производ укупног броја опсервација (N) и (1) – ниво поверења за који се врши процена ризика.

⁸⁰ Candelon, B., G. Colletaz, Hurlin, C., Tokpavi., S., (2011), "Backtesting Value-at-Risk: A GMM Duration-based Test", *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 9, No. 2, pp. 314–343.

Ziegele, D., et. al (2013), A new set of improved value- at-risk backtests, Working paper, No. 29.

За тестирање особине безусловног покрића, која се може представити у облику нулте и алтернативне хипотезе:

$$H_0: \mathbb{E} \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^N I_{t+1} \right] = p;$$

$$H_a: \mathbb{E} \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^N I_{t+1} \right] \neq p,$$

Куріес (1995) је предложио следећи тест:

$$LR = 2 \left[\log \left(\left(\frac{T}{N} \right)^T \left(1 - \frac{T}{N} \right)^{N-T} \right) - \log(p^T (1-p)^{N-T}) \right] \quad (47)$$

у литератури познат под називом тест прекорачења (*Proportion of failures - POF*)⁸¹,

при чему је:

LR_{uc} - вредност теста безусловног покрића

Вредност теста следи χ^2 дистрибуцију са једним степеном слободе. Уколико је вредност теста мања од критичне вредности χ^2 теста, модел се прихвата као валидан у контексту задовољавања особине безусловног покрића. У супротном прихвата се алтернативна хипотеза.

За тестирање горе поменутих хипотеза Candelon et al. (2011) предложили су следећи тест, који се заснива на примени ортонормалног полинома и GMM оцењивача⁸² (*general moment method*) који су предложили Bontemps (2006), Bontemps и Meddahi (2005):

$$J_{uc} = \left(\frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{i=1}^m M_1(d_i; p) \right)^2 \sim \chi^2(1) \quad (48)$$

при чему је:

J_{uc} - вредност теста безусловног покрића

M_1 - ортонормални полином повезан са геометријском дистрибуцијом са вероватноћом успеха (p)

(d_i) - дурација између два узастопна прекорачења

⁸¹ Детаљније о ПОТ тесту видети у Радивојевић, Н., Јовановић, Г., (2017), "Модели засновани на броју прекорачења за тестирање валидности ВаР модела", *Економски видици*, Вол. 22, бр. 4, стр. 323-333.

⁸² Детаљније о општој методи момента видети у радовима: Bontemps, С., (2006), *Moment-based tests for discrete distributions*, Working Paper. и Bontemps, С., Meddahi, N., (2005), "Testing normality: A GMM approach", *Journal of Econometrics*, No. 124, pp. 149–186.

J_{uc} је вредност теста која следи χ^2 дистрибуцију са једним степеном слободe. Уколико је вредност теста мање од критичне вредности χ^2 теста, модел се прихвата као валидан. У супротном, прихвата се алтернативна хипотеза.

Два су основна недостатка предложених тестова. Први, огледа се у чињеници да није могуће конструисати једностране интервале поузданости, без значајних модификација, како би се утврдило да ли су процене VaR превише конзервативне, па модели прецењују ризик, или потцењују стварну изложеност портфолија банке ризику. Исто је да ли је банка изложена великим губицима, као и да ли издваја значајно веће резерве капитала од потребних. У том случају смањује се њена профитабилност јер се велики износ средстава држи *замрзнут* у облику резерви. Други недостатак односи се на примену тестова на коначним узорцима. Како се тестови заснивају на проценама које спадају у реп дистрибуције, то је узорак прописан од стране Базел II стандарда сувише мали да би се у репу дистрибуције нашао довољан број прекорачења. Ово ствара проблем валидности теста.

Један од начина за превазилажење овог проблема јесте да се врши верификација резултата овог теста применом *Dufour Monte Carlo* теста или *Bootstrap* симулацијом. Истичући да је примена *Dufour Monte Carlo* теста прилично комплексна и сложена, Ziggel et. al. (2013) су предложили да се употреби следећа *Monte Carlo* симулација модела, коју су означили као MCS_{uc} тест:

$$MCS_{uc} = \sum_{t=1}^T I_t(p) + \epsilon \quad (49)$$

при чему је:

MCS_{uc} - вредност теста

ϵ - мала и континуирано дистрибуирана случајна грешка модела

Критичне вредности теста израчунавају се помоћу *Monte Carlo* симулације. Укључивање случајне грешке модела (ϵ) омогућава да тест тачно задржава своју величину. У супротном би статистика теста имала дискретну дистрибуцију, а то значи да се не би могла постићи на свим могућим нивоима. Избор случајне грешке (ϵ) није пресудан за тестирање хипотезе о безусловном покрићу. Потенцијална опасност код примене овог решења налази се у чињеници да статистика теста може да буде већа за $v - 1$ број прекорачења него за v број прекорачења. Отуда је потребно ово осигурати.

1.3. Тестови условног покрића

За банку, поред величине потенцијалних губитака, важан је и тренутак њиховог настанка. Свакако, банка ће лакше амортизовати потенцијалне губитке уколико се они буду дешавали равномерно током одређеног периода, него уколико се буду сукцесивно један за другим појављивали. Другим речима, за банку је важно да се прекорачења не дешавају кластерима. Присуство кластера прекорачења нарушиће особину независности дистрибуције прекорачења и учиниће да серије узастопних прекорачења буду извесније.⁸³

Уважавајући овај захтев бројни аутори, међу којима посебно место заузима Christoffersen, истичу да валидан модел ризика, поред особине безусловног покрића, мора да задовољи особину независности прекорачења. Другим речима, валидан модел мора да генерише прекорачења која ће се током времена дешавати независно једно од другог.

Полазећи од ових ставова, најпре је Christoffersen (1998) предложио тест веродостојности LR_{ind} , а затим Candelon et al. (2011) и на крају Ziggel et. al. (2013).

Christoffersen-ов тест независности дистрибуције приноса може се представити следећим изразом:

$$LR_{ind} = -2\ln\left[(1-\pi)^{T_{00}+T_{11}} \pi^{T_{01}+T_{11}}\right] + 2\ln\left[(1-\pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1-\pi_{11})^{T_{01}} \pi_{11}^{T_{11}}\right] \quad (50)$$

при чему је:

LR_{ind} - вредност теста независности дистрибуције прекорачења

(π_{11}) - условна вероватноћа настанка прекорачења ($I_{t+1}=1$) након дана када се прекорачење десило

(π_{01}) - условна вероватноћа настанка прекорачења ($I_{t+1}=1$) након дана када се прекорачење није десило

Вредност теста следи χ^2 дистрибуцију са једним степеном слободе. Нулта хипотеза се прихвата ако је вредност теста мања од критичне вредности χ^2 теста. У супротном се прихвата алтернативна хипотеза и закључује се да прекорачења нису независно дистрибуирана, већ да су међусобно корелисана.

⁸³ Радивојевић, Н., Јовановић, Г., (2017), Модели засновани на броју прекорачења за тестирање валидности ВаР модела, *Економски видици*, Вол. 22, бр. 4, стр. 327.

Тест независности прекорачења који су предложили Candelon et al. (2011) може се приказати следећим изразом:

$$J_{iid} = \left(\frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{i=1}^m M_1(d_i; \tilde{p}) \right)^T \left(\frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{i=1}^m M_1(d_i; \tilde{p}) \right) \sim \chi^2(q) \quad (51)$$

при чему је:

J_{iid} - рацио који следи χ^2 дистрибуцију са q степени слободе

M_1 - ортонормални полином повезан са геометријском дистрибуцијом са вероватноћом успеха (p)

$(q, 1)$ - вектор чији су уноси ортогонални полиноми $M_j(d_1, p)$ за $j = 1, \dots, q$

С обзиром на то да се оба тест заснивају на асимптотској дистрибуцији, то је и њихова валидност дискутабилна када се примени на узорке величине дефинисане захтевима Базел II и Базел III стандарда. Из тог разлога су Ziggel et. al. (2013) предложили употребу следећег теста независности дистрибуције прекорачења:

$$MCS_{iid} = T_1^2 + (N - T_m)^2 + \sum_{i=1}^m (T_i - T_{i-1})^2 + \varepsilon \quad (52)$$

при чему је MCS_{iid} – статистика теста за особину независности прекорачења добијена применом *Monte Carlo* симулације. Као и у случају теста безусловног покрића и у овом случају критичка вредност се израчунава применом *Monte Carlo* симулације, а не неке асимптотске дистрибуције. Тачније у овом случају тест се спроводи применом *Run*-теста који су предложили Wald и Wolfowitz (1940).⁸⁴ Улога случајне грешке модела је иста као и у случају MCS_{uc} теста.

Како би се истовремено тестирала особина безусловног покрића и особина независности, Christoffersen (1998) је први аутор који предложио тест за испитивање особине условног покрића, (особина да модел истовремено задовољава и особину безусловног покрића и особину независности прекорачења):

$$LR_c = LR_{ind} + LR \quad (53)$$

при чему је:

LR_c - вредност теста условног покрића

LR_{ind} - вредност теста независности дистрибуције прекорачења

LR_{uc} - вредност теста безусловног покрића при чему је

⁸⁴ Wald, A., Wolfowitz, J., (1940), "On a Test Whether Two Samples are from the Same Population", *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 11, No. 2, pp. 147–162.

Тест описан изразом (12) у литератури је познат под називом тест условног покрића, мада се може наћи и под називом *Christoffersen*-ов тест условног покрића.

Вредност теста следи χ^2 дистрибуцију са два степена слободе. Нулта хипотеза се прихвата ако је вредност теста мања од критичне вредности χ^2 теста. У супротном, прихвата алтернативна.

По истом принципу као и *Christoffersen*, *Candelon et al.* (2011) су представили своју верзију теста условног покрића, комбинујући њихову верзију теста безусловног покрића и теста независности дистрибуције:

$$J_{iid} = \left(\frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{i=1}^m M_1(d_i; p) \right)^T \left(\frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{i=1}^m M_1(d_i; p) \right) \sim \chi^2(q) \quad (54)$$

Вредност теста следи χ^2 дистрибуцију са q степени слободе. Нулта хипотеза се прихвата ако је вредност теста мања од критичне вредности χ^2 теста.

Основни недостатак ова два теста је тај што су развијени на асимптотској дистрибуцији, па када се примењују на ограничене узорке њихова валидност се мора верификовати. Такође, као и у случају теста безусловног покрића и у овом случају најчешће се користи *Dufour Monte Carlo* тест или *Bootstrap* симулација.

Полазећи од изузетне комплексности примене *Dufour Monte Carlo* тест *Ziggel et al.* (2013) предложили су употребу следећег теста заснованог на *Monte Carlo* симулацији који су означили као MCS_{cc} тест:

$$MCS_{cc} = a \cdot f(MCS_{uc}) + (1 - a)g(MCS_{iid}), 0 \leq a \leq 1 \quad (55)$$

при чему се функција $f(MCS_{uc})$ добија применом следећег израза

$$f(MCS_{uc}) = \left| \frac{\left(\varepsilon + \sum_{t=1}^N I_t \right) / N - p}{p} \right| \quad (56),$$

односно функција $g(MCS_{iid})$ добија применом следећег израза:

$$g(MCS_{iid}) = \frac{MCS_{iid} - \hat{r}}{\hat{r}} I\{MCS_{iid} \geq \hat{r}\} \quad (57)$$

уз напомену да $g(MCS_{iid})$ изражава девијацију између суме квадрата очекиване и стварне дурације, док $f(MCS_{uc})$ изражава девијацију између очекиване и стварне стопе прекорачења. За добијање једностраног теста овај израз се мултипликује са

$I\left\{\sum_{T=1}^N I_t / N \geq p\right\}$ или са $I\left\{\sum_{T=1}^N I_t / N \leq p\right\}$ у зависности од тога шта је циљ, да ли да се

испита да ли модел потцењује или прецењује стварни ниво ризика. Управо ова могућност је једна од главних предности овог модела, уз напомену да \hat{r} представља оцену очекиване вредности теста MCS_{iid} под нултом хпотезом.

Као и у случају MCS_{uc} теста вредност теста се добија применом *Monte Carlo* симулације, при чему је α пондер учешћа теста безусловног покрића у комбинованом тесту условног покрића. Улога случајне грешке иста је као код осталих тестова ових аутора.

2. Модели за процену валидности модела ES заснованих на Базел III стандарду

Базел III стандардом прописано је да се ES процењује дневно, за ниво поверења од 97,5% применом узорка од једне године дневних података о приносима портфолија банке. Процена ES за прописани ниво поверења, у принципу, еквивалентна је процени VaR за ниво поверења од 99%. Идеја Базелског комитета није била да банке користе концепт који ће генерисати већа капитална оптерећења, већ који ће генерисати валиднију меру ризика. Како ES задовољава услов кохерентне мере ризика, то је у оквиру Базел III стандарда, избор пао на ES концепт, односно ES као меру ризика.

Због комплексности процедуре тестирања валидности модела ES, Базелски комитет није прописао модел који банке треба да користе. Избор модела препуштен је вољи банке. У литератури се по атрактивности посебно истичу следећи тестови, односно модели: *Berkowitz*-ев тест, *Acerbi* и *Szekely* тест, *Righi* и *Ceretta*-иев тест скраћене дистрибуције и *Wong*-ова техника седла.

2.1. *Berkowitz*-ев тест

Berkowitz (2001) предложио је модел за тестирање валидности VaR и ES модела који се заснива на *Levy Rosenblatt*-овој трансформацији. Тест је изграђен на идеји да се приноси портфолија банке трансформишу помоћу инверзне стандардизоване нормалне функције:

$$z_t = \Phi^{-1}(r_t) \quad (58)$$

при чему су:

- z_t - стандардизована нормална случајна варијабла у тренутку (t)
- r_t - принос портфолија у тренутку (t)
- Φ^{-1} - инверзна стандардизована нормална функција

Применом ове трансформације добијају се приноси који следе IID $N(0,1)$. Отуда, валидан модел ће генерисати серије (z_t) које ће, такође, бити IID $N(0,1)$ дистрибуиране. За тестирање овога предложио је следећи тест:

$$LR_B = 2 \left[\ln L(\mu = \hat{\mu}_{ML}, \sigma^2 = \hat{\sigma}_{ML}) - \ln L(\mu = 0, \sigma^2 = 1) \right] \quad (59)$$

при чему су:

- LR_B - *Berkowitz-ев рацио максималне веродостојности*
- σ^2 - *варијанса резидуала*
- μ - *средња вредност*
- $L(\cdot)$ - *ознака за Gaus-ову логаритамску функцију веродостојности*
- $\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\rho}$ - *оцене параметара добијене применом функције максималне веродостојности*

LR_B је асимптотски дистрибуиран као χ^2 дистрибуција са два степена слободе, уз напомену да се тест примењује на приносе који спадају у реп дистрибуције изнад одређеног прага. Другим речима, упоређује се облик предвиђене густине репа дистрибуције са посматраним репом. Тако да сви подаци који не спадају у реп дистрибуције се не узимају у обзир, што се математички може представити на следећи начин:

$$TH_{i,t} = \max\{ES_1, ES_2 \dots ES_t\} \quad (60)$$

при чему су:

- $TH_{i,t}$ - *вредност прага*
- ES_t - *вредност ES изнад вредности прага дистрибуције*

Основни недостатак овог теста јесте да се у случају малог броја ES, који спадају у реп дистрибуције, тест не може спровести. Другим речима, да би се тест успешно спровео потребан је изузетно велики број података. Поред тога, тест захтева да се начине одређене претпоставке везане за параметре дистрибуције. Ово не представља проблем када се оцене ризика добијају параметарским моделима, али у случају непараметарских

модела може да представља проблем. Други проблем везан за постављање било какве претпоставке односи се на немогућност да се утврди да ли је модел неисправан зато што генерише лоше процене ризика или зато што су начињене погрешне претпоставке. Недостаци овог теста се успешно превазилазе применом *Bootstrap* симулација.

2.2. Acerbi и Szekely тест

Acerbi и Szekely (2014) предложили су непараметарски тест за испитивање валидности ES модела. Отуда и главна предност овог теста јесте што је ослобођен од претпоставки везаних за параметре дистрибуције. Мотив за овај тест аутори су пронашли у Berkowitz-евом тесту (2001). У развоју модела пошли су од идеје да се тестира цела дистрибуција вероватноће приноса портфолија банке, а не само ES, односно губици који спадају у реп дистрибуције изнад одређеног прага (вредности VaR).

Прецизније речено, аутори су изнели став да је могуће испитати валидност ES модела тестирањем хипотезе да су посматрани рангови $U_i = P_i(X_i)$ идентично и независно дистрибуирани $U(0,1)$, при чему је (U) униформна дистрибуција вероватноће са доменом од 0 до 1. Уколико рангови следе IID $U(0,1)$, онда је ES модел исправан. У супротном треба га одбацити као неисправан модел ризика. Како би ову идеју претворили у одговарајући тест Acerbi и Szekely (2014) су предложили да се сваком квантилу дистрибуције припише одговарајућа вредност која је детерминисана обликом репа дистрибуције. Другим речима, потребно је дистрибуцију вероватноће приноса портфолија трансформисати и тестира се да ли су посматрани рангови $U_i = P_i(X_i)$ идентично и независно дистрибуирани $U(0,1)$. Отуда су предложили да се следећи оцењивач:

$$\widehat{ES}_\alpha^N(Y) = - \frac{1}{N\alpha} \sum_i^{N\alpha} Y_{i,N} \quad (61)$$

при чему је:

N - укупан број података (приноса)

Y_i - принос портфолија

На основу ES оцењивача, који је заснован на вектору N IID извода $\vec{Y} = \{Y_i\}$, предложили су следећи тест, за тестирање нулте наспрам алтернативне хипотезе да је

$Z(X) = 0$, односно $Z(X) < 0$, уз напомену да хипотезе укључују целу дистрибуцију, тако да је $H_0: P_t = F_t, \forall t$, односно $H_1: P_t \geq F_t$, за свако t и \succ само за неко (t):

$$Z(X) = -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\widehat{ES}_a^T(P_t^{-1}(\vec{U}))}{\mathbb{E}_V[\widehat{ES}_a^T(P_t^{-1}(\vec{V}))]} + 1 \quad (62)$$

при чему је:

$P_t(X_t)$ - функција стандардизоване нормалне дистрибуције

\vec{V} - IID $U(0,1)$

\succ - ознака за слабу стохастичку доминацију првог реда

Идеја је да се цео вектор рангова $\vec{U} = \{U_t\}$ поново употреби за процену ES у сваком претходном дану (t), а да се резултат затим упросечи током целог периода посматрања. Пристрасност оцењивача ES приказана изразом (13) компензује се оценом коначног узорка. Бројилац израза (14) се може израчунати аналитичким путем применом следећег израза:

$$\mathbb{E}_V = [\widehat{ES}_a^T(P_t^{-1}(\vec{V}))] = -\frac{T}{T_a} \int_0^1 I_{1-p} T - [T_A], [T_a] P_t^a(p) dp \quad (63)$$

при чему је $I_x(a,b)$ је регуларна непотпуна бета функција.

Једина претпоставка на којој тест почива јесте да серија приноса портфолија следи континуирану дистрибуцију $P_t(X_t)$. Под претпоставком да је дистрибуција вероватноће приноса портфолија нормална дистрибуција, то имплицира да је $P_t(X_t)$ функција стандардизоване нормалне дистрибуције. Математички, то би значило да је дистрибуција историјских приноса портфолија $P_t(X_t) = \Phi(X_t)$. За период тестирања (*backtesting period*) који је прописан Базел III стандардом, реално је очекивати да се добију 250 случајних варијабли које су равномерно распоређене у интервалу од 0 до 1. Уколико је већи број вредности дистрибуиран ближе нули, то је јасан сигнал да приноси нису нормално дистрибуирани, односно да модел не производи валидне процене ризика.⁸⁵

2.3. Righi и Ceretta-иев скраћене дистрибуције тест

⁸⁵ Wimmerstedt, L. (2015), Backtesting Expected Shortfall: the design and implementation of different backtests, Working paper, p. 35.

Righi и Ceretta (2013) предложи су тест за испитивање валидности модела ES заснован на употреби скраћене дистрибуције. Скраћена дистрибуција је условна дистрибуција. На пример то може бити условна нормална дистрибуција, која постоји само изнад или испод одређене вредности. У овом случају посматрају се само губици већи од вредности VaR. Суштина целе процедуре тестирања валидности модела ризика огледа се у томе што се коришћењем скраћене дистрибуције може предвидети ES као очекивана вредност скраћене дистрибуције и израчунати варијансу очекиване вредности скраћене дистрибуције. У том случају варијанса се може дефинисати као вредност дисперзије око ES. Употребом очекиване вредности и мере дисперзије лако је дефинисати одговарајући тест у складу са t-тестом:

$$t_s = \frac{r - \mu}{\sigma} \quad (64)$$

при чему (t_s) вредност t теста.

Међутим, проблем са овим тестом је што захтева велики узорак за конвергенцију. Како би решили овај проблем Righi и Ceretta (2013) предложи су употребу *Monte Carlo* симулације за израчунавање нове мере дисперзије коју су назвали дисперзија условног очекиваног губитка, што у основи представља дисперзију око средње вредности дистрибуције репа. Другим речима, дисперзију ES су дефинисали као:

$$SD_a(R) = (\sigma^2 \text{Var}[z_{t+1} | z_{t+1} < F^{-1}(a)])^{1/2} \quad (65)$$

при чему је:

SD - дисперзија условног очекиваног губитка за вероватноћу (a)

σ^2 - варијанса

VaR - варијанса условне стандардизоване случајне варијабле z_{t+1} у тренутку (t)

F^{-1} - инверзна функција

Под претпоставком да су позната средња вредност и дисперзија ES, Righi и Ceretta (2013) предложи су следећи тест за испитивање валидности ES модела:

$$BT_{t+1} = \frac{r_{t+1} - ES_a(R)}{SD_a(R)} \quad (66)$$

(50)при чему је:

BT_{t+1} - вредност теста у тренутку ($t+1$)

r_{t+1} - принос у тренутку ($t+1$)

Вредност теста може се проценити директно ако су познати ES и SD, при чему се дисперзија може утврдити и на основу скраћене параметарске дистрибуције приноса портфолија банке.

За утврђивање критичне вредности теста (BT) Righi и Ceretta (2013) предложи су следећи модел симулације:

$$BT = \frac{z_{t+1} - \mathbb{E}[z_{t+1} | z_{t+1} < F^{-1}(a)]}{(\sigma^2 \text{Var}[z_{t+1} | z_{t+1} < F^{-1}(a)])^{1/2}} \quad (67)$$

Под претпоставком да (z) следи одређену дистрибуцију, могуће је користити велики број симулација за одређивање критичне вредности.

Briel, et. al. (2018)⁸⁶ су тестирали снагу теста и открили да за ниво поверења који је прописан Базел III стандардом, тест даје задовољавајуће резултате. Међутим, основни недостатак теста је тај што се заснива на параметарским претпоставкама, које могу да не одговарају портфолију банке. У том случају тест је неупотребљив.

2.4. Wong-ова техника седла

Wong је био међу првим ауторима који су предложили неки тест, односно модел за испитивање валидности ES модела. Предложио је употребу параметарске методе, чија суштине се огледа у томе да се пронађе функција густине вероватноће ES при чему се ES третира као средина узорка IID дистрибуираних случајних варијабли које спадају у реп дистрибуције, што је математички исказао на следећи начин:

$$ES_N = -\bar{X} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (68)$$

при чему је:

$$\bar{X} \quad - \text{принос изнад вредности VaR}$$

Ово значи да сваки принос изнад вредности VaR спада у леви реп нормалне дистрибуције. Под претпоставком да је модел ризика валидан у смислу Базел II стандарда (да су се десила само три прекорачења VaR), ES представља пондерисани просек та три IID дистрибуирана прекорачења, која се третирају као случајне варијабле. Проналажењем функције густине вероватноће ове средње вредности случајних

⁸⁶ О резултатима испитивања валидности теста видети у Briel, L., et. al. (2018), Back-testing of Expected Shortfall: Main challenges and methodologies, Working paper, Global Research & Analytics.

променљивих могуће је проценити сваки реализовани исход ES и његов ниво поузданости у односу на функцију густине.⁸⁷ То се може постићи претпоставком да приноси следе неку познату дистрибуцију.

Функција густине вероватноће приноса портфолија банке може се пронаћи применом инверзне формуле функције генератриса момента⁸⁸ и применом технике се седла коју су предложили Lugannani и Rice (1980). Отуда, примена ове методе подразумева два корака: први је одређивање инверзне формуле за израчунавање густине ES, а други подразумева примену технике седла за апроксимацију интеграла.

Под претпоставком да је позната карактеристична функција случајне варијабле (X), она се може дефинисати као $\varphi_X(t) = \mathbb{E}[e^{itX}]$. У том случају густина вероватноће може се израчунати применом инверзне формуле:

$$F_X(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itx} \varphi_X(t) dt \quad (69)$$

Дефинисањем случајне варијабле као просечне вредности применом израза (69), могуће је одредити функцију густине применом следећег израза:

$$F_{\bar{X}}(\bar{x}) = \frac{N}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itN\bar{x}} \varphi_X(t)^N dt \quad (70)$$

Применом функције генератриса момента која се може дефинисати као $M_X(t) = \mathbb{E}[e^{tx}]$, као и кумулатива генератриса функције $K_X(X) = \ln M_X(t)$, добија се интеграл

$$F_{\bar{X}}(\bar{x}) = \frac{N}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{N[K(it) - it\bar{x}]} dt \quad (71)$$

помоћу кога је могуће израчунати густину функције вероватноће за приносе портфолија банке који су изнад процене VaR.

Wong претпоставља да приноси изнад вредности VaR следе нормалну дистрибуцију. Тако да се густина функције добија применом следећег израза:

$$f_X(x) = a^{-1} \phi(x) \mathbb{I}_{(x \leq VaR_a(R))} \quad (72)$$

при чему је $\phi(x)$ функција густине стандардизоване нормалне дистрибуције. Међутим, може се претпоставити да приносе изнад VaR следи било која дистрибуција, с тим да је том приликом потребно дефинисати функцију генератриса момента.

⁸⁷ Wimmerstedt, L. (2015), Backtesting Expected Shortfall: the design and implementation of different backtests, Working paper, p. 23.

⁸⁸ Функција генератриса момента је добила име по томе што је помоћу ње могуће одредити све моменте случајне варијабле узастопним диференцирањем функције $M_X(t)$, по променљивој (t) и оценом одговарајућих извода у тачки $t = 0$.

Како би се на основу интеграла (17) пронашла функција густине дистрибуције потребна је примена технике седла, што се математички може представити на следећи

$$\text{начин: } h_{(x)} = N[K(it) - it\bar{x}] \quad (73).$$

У случају да је $h'(x) = 0$, могуће је директно пронаћи тачку седла (saddlepoint):⁸⁹

$$K'(\bar{\omega}) = \bar{x} \quad (74)$$

Применом инверзне функције и технике седла ако је позната тачка седла ($\bar{\omega}$) могуће је дефинисати:

$$\eta = \bar{\omega} \sqrt{NK''(\bar{\omega})} \quad (75)$$

и

$$\zeta = \text{sgn}(\bar{\omega}) \sqrt{2N(\bar{\omega}\bar{x} - K(\bar{\omega}))} \quad (76)$$

На основу чега је могуће израчунати вероватноћу

$$P(\bar{X} \leq \bar{x}) = \begin{cases} \Phi(\zeta) - \phi(\xi) \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\zeta} + O\left(N^{-\frac{3}{2}}\right) \right), & \text{за } \bar{x} < q \\ 1, & \text{за } \bar{x} \geq q \end{cases} \quad (77)$$

Под нултом хипотезом да је ES_N из узорка једнак $ES(R)$ предвиђен на основу нормалне дистрибуције, наспрам алтернативне, да је већи, што се може представити математички на следећи начин:

$$H_0: ES_N = ES_{\alpha}(R),$$

$$H_1: ES_N > ES_{\alpha}(R),$$

Применом инверзне формуле функције генератриса момента и технике седла може се израчунати ζ и η и добити р вредност која означава вероватноћу и да је предвиђени ES тачан у односу на серију реализованих ES .

Основни недостатак модела огледа се у комплексности израчунавања инверзне формуле функције генератриса, нарочито када серије приноса портфолија банке изнад одређеног прага не следе нормалну дистрибуцију. Детаљније о овоме видети у Lugannani и Rice (1980).

⁸⁹ Детаљније о овоме видети у Kwok, K., Zheng, W., (2010), *Saddlepoint Approximation Methods in Financial Engineering*, Springer, Berlin.

3. Модели за валидацију модела за процену валидности VaR и ES модела

Анализа модела и тестова за тестирање валидности VaR и ES модела показује да су сви засновани на одређеним претпоставкама, које доводе у питање валидност њихових резултата. Тако, примера ради, модели за тестирање валидности VaR модела углавном су засновани на асимптотским претпоставкама везаним за дистрибуцију серије погодака и прекорачења. Из тог разлога ови тестови имају малу статистичку снагу када се примењују на коначне узорке. Посебан проблем јавља се када су ти узорци мали, као у случају када се процене ризика врше у складу са Базелским стандардима.

Ови проблеми су документовани у бројним емпиријским радовима, почев од Christoffersen (2004), па све до Zikovic-a (2010) и Радивојвић и сарадника (2016). Тачније, они су показали да у случају малог броја прекорачења, постоје значајне разлике између асимптотских дистрибуција вероватноће разматраних тестова и емпиријских дистрибуција вероватноће. Из тог разлога Hurlin et al. (2008) наводе да употреба асимптотских критичних вредности заснованих, пре свега на χ^2 дистрибуцији, изазива значајна искривљења дистрибуције, чак и за релативно велике узорке. Стога, истичу да у случају мале величине узорка, (као што је величина узорка дефинисана Базелским стандардима), тј. у случају малог броја прекорачења, боље је ослонити се на критичне вредности добијене применом *Monte Carlo* симулације него на оне које се добијају на основу χ^2 .

Да постоје значајне разлике између асимптотских критичких вредности заснованих на χ^2 дистрибуцији у односу на добијене применом *Monte Carlo* симулације, када се тест безусловног и условног покрића примењују на величину узорка дефинисаном Базелским стандардима, може се видети на резултатима симулације приказаним у табели 3.

Табела 3. Разлика између критичких вредности заснованих на коначном узорку и асимптотских критичних вредности за тест условног и безусловног покрића

		Ниво поверења		
		1%	5%	10%
		Тест безусловног покрића		

Асимптотска $\chi^2(1)$ дистрибуција	6,6348	3,8414	2,7055
Коначан узорак	5,497	5,025	3,555
	(0,49%)	(9,49%)	(12,19%)
	Тест условног покрића		
Асимптотска $\chi^2(2)$ дистрибуција	9,21	5,9915	4,605
Коначан узорак	6,007	5,015	5,005
	(0,20%)	(1,10%)	(11,79%)

Извор: Radivojevic, N., et. al. (2016a), The new hybrid VaR approach based on EVT, *Estudios de Economia*, June, 2016.)

Резултати приказани у табели 3 засновани су на 10.000 *Monte Carlo* симулација величине узорка од 253 дана података о приносима тржишних индекса, што одговара једној години података о дневним приносима портфолија банака, што је иначе прописано Базелским стандардима. Проенти приказани у заградама представљају квантиле који одговарају асимптотским критичним вредностима у случају дистрибуције код коначног узорка. Кад тестови теже да буду превелики у коначним узорцима, то значи да ће се њихове емпиријске дистрибуције бити померене удесно у односу на теоријски облик, односно да ће теоријски квантали тежити да буду што мањи. Импликација овога јесте да се повећава стопа одбацивања валидних модела ризика. Супротно се дешава када тестови имају тенденцију да буду што мањи у коначним узорцима. У том случају њихова емпиријска дистрибуција ће тежити да се помери што више у лево у односу на теоријски облик, што ће у крајњој инстанци довести до веће стопе прихватања неисправних модела.

Сличан проблем се јавља и са употребом тестова и модела за тестирање валидности ES модела. Бројна истраживања показују немогућност да се Berkowitz-ев тест не може спровести када се користи на узорку величине од 250 дана података (Radivojevic et. al (2019), Briel, L., et. at. (2018) и др). Истраживање Wimmerstedt (2015) показује да тестови који не захтевају велики број података, као што су Wong-ов тест, Righi и Ceretta-иев тест или Acerbi и Szekely (2014) тест показују велику зависност прихватања или одбацивања од броја прекорачења.

Сагласно претходно реченом, не чуди зашто је уобичајена пракса да се модели за процену валидности модела VaR и ES подвргавају тестирању. За потребе верификације њихових резултата најчешће се користи *Dufour Monte Carlo* тест процедура или технике *Bootstrap* симулације.

3.1. Dufour Monte Carlo тест процедуре

Полазећи од недостатака модела за тестирање валидности VaR модела са једне стране и могућности генерисања р-вредности, са друге стране, *Christofferson* (2008) је предложио *Monte Carlo* тест процедуру за тестирање валидности њихових резултата. У развоју процедуре пошао је од *Dufour*-овог открића да је могуће путем *Monte Carlo* симулације утврдити р – вредности.

Тачније, у развоју процедуре пошао је од претпоставке да је (S) статистика теста дате континуиране функције преживљавања⁹⁰ $G(\cdot)$, тако да је $Prob[S_i = S_j] = 0$. Под овим претпоставкама р-вредност за функцију преживљавања $G(\cdot)$ може се одредити применом следећег израза: $\hat{G}_M(x) = 1/M \sum_{i=1}^M I(S_i \geq x)$ при чему је $I(\cdot)$ индикатор функције.

(S_i) је статистика теста за узорак симулиран под нултом хипотезом. Ако је (M) довољно велико, независно до вредности статистике теста (S_0), теоријска критична област $G(S_0) < \alpha$, са (α), еквивалентна је критичној области $\hat{p}_M(S_0) \leq \alpha_1$ са

$\hat{p}_M(S_0) = \frac{M\hat{G}_M(S_0) + 1}{M + 1}$, за сваку $\forall \alpha_1$. Под условом да је $Prob[S_i = S_j] \neq 0$ или условом да је могуће уз помоћ симулације за дату статистику теста (под нултом хипотезом) пронаћи вредност (S) два или више пута, тада се емпиријска функција преживљавања може исказати помоћу следећег израза:

$$\tilde{G}_M(S_0) = 1/M \sum_{i=1}^M I(S_i \leq S_0) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I(S_i = S_0) \times I(U_i \geq U_0), \text{ при чему } (U_i), \text{ од } i = 0, 1, \dots, M$$

одговарају реализацијама униформне $[0,1]$ случајне варијабле.

Полазећи од ове могућности *Christofferson* (2008) предложио је да се валидност резултата тестова безусловног покрића врши применом следећег израза:⁹¹

$$p - value = \frac{1}{10.000} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{9.999} I(L\tilde{R}(i) > LR) \right\} \quad (78)^{92}$$

⁹⁰ Функција преживљавања (поузданости) мери вероватноћу да одређени систем прекорачи дефинисано време.

⁹¹ Christoffersen, P.F. (2011), *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press, San Diego. p. 116.

⁹² Christoffersen, P.F. (2011), оп. цит. стр. 112.

при чему $I(\cdot)$ узима вредности 1 ако је аргумент тачан и нула у свим осталим случајевима, а $\{L\tilde{R}(i)\}_{i=1}^{9.999}$ предствља симуиране вредности теста безусловног покрића.

За тестирање валидности тестова условног покрића предложиш тест дати изразом (79). Једина разлика између израза (78) и (79) је само у врсти теста. У овом случају за израчунавање р-вредности се узимају симулиране вредности теста условног покрића:⁹³

$$p\text{-value} = \frac{1}{10.000} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{9.999} I(L\tilde{R}_c(i) > LR_c) \right\} \quad (79)$$

Као и у случају описаних тестова на претходним странама у зависности од стварне и критичке р-вредности модели ризика се прихватају као валидни или се одбацују као неисправни. Иста процедура може се применити и на све остале моделе и тестове за валидацију VaR и ES модела.

3.2. *Bootstrap* симулација

Иако не постоје аргументи у корист примене једне или друге технике симулације, у пракси је уобичајено да се резултати тестирања валидности VaR модела верификују применом *Dufour Monte Carlo* тест процедуре. Потврда овога може се наћи у бројним емпиријским радовима о којима је већ било речи у овој дисертацији. Са друге стране, када се врши верификација резултата тестова за испитивање валидности ES уобичајена је употреба *Bootstrap* симулације. Такође, потврда овога може се наћи у бројним радовима који су, такође, апострофирани на претходним странама ове дисертације.

Bootstrap симулација за потребе верификације резултата модела и тестова за испитивање валидности ES модела у принципу се своди на оцену стандардне грешке применом непараметарске *Bootstrap* методе⁹⁴, који су предложили Efron (1987) и Efron и Tibshirani (1993). Метод се своди на генерисање великог броја нових узорка на основу

⁹³ Ибид.

⁹⁴ У зависности да ли је познат облик функције дистрибуције са неким непознатим параметром који фигурише у њој $\theta = \theta(F)$ или није, разликују се две врсте *Bootstrap* методе: параметарска и непараметар

сета реалних података. Затим се за сваки симулирани узорак израчунава вредност оцењивача $\hat{\theta}$. Ако се означи вредност θ у сваком узорку са θ^* добија се:

$$\text{Var}_F(\hat{\theta}) \approx \text{Var}_F(\theta^*)$$

при чему је (F) непознате дистрибуције оцењивача $\hat{\theta}$. У контексту оцене валидности ES модела, примена методе се своди на оцену непознате густине (F) симулираних ES, уз напомену да се варијанса и перцентил израчунавају на основу емпиријске густине (F). Са повећањем броја *Bootstrap* симулација повећава се прецизност оцене. Број понављања је од изузетне важности нарочито када се ради са величином узорка који је дефинисан од стране Базелског комитета. С обзиром на то да је реч о малом узорку, то је потребно спровести што већи број понављања (симулација). Andrews и Buchinsky (1997) предлажу употребу тро-ступене процедуре за израчунавање правог броја понављања (симулација). Први корак подразумева одређивање прага понављања:⁹⁵

$$B_0 = \text{int} \left(5000 \frac{\chi_{1-t}^2(2+\gamma)}{pdb^2} \right) \quad (80)$$

при чему је:

B_0 - праг понављања (минимални број симулација)

pdb - граница; прихватљиви проценат одступања \widehat{ES}_B и ES_∞ популације

γ - кurtосис узорка симулација модела ризика

Израз $(1 - t)$ означава ниво вероватноће прихватања у случају χ^2 теста, док израз у загради одређује број степени слободе. Број понављања (B) представља компромис између нивоа поузданости у χ^2 тесту и нивоа прихватљиве грешке у узорку \widehat{ES}_B из популације ES_∞ . Са повећањем броја понављања, ниво тачности pdb експоненцијално расте, при чему је pdb проценат прихватљиве грешке.

Други корак подразумева да се процене ризика симулирају B_0 пута, како би се утврдио B_0 пута ES. Последњи корак подразумева да се израчуна тачан број понављања применом следећег израза:⁹⁶

$$B_1 = \text{int} \left(2500 \frac{\chi_{1-t}^2(2+\hat{\gamma})}{pdb^2} \right) \quad (81)$$

⁹⁵ Giannopoulos, K., Tunaru, K. R., (2005), "Coherent risk measures under filtered historical simulation", *Journal of Banking & Finance*, No. 29, p. 992.

⁹⁶ Ибид.

при чему је:

B_1 - тачан број понављања

pd_b - граница; прихватљиви проценат одступања \widehat{ES}_B и ES_∞ популације

$\hat{\gamma}$ - куртосис узорка B_0 понављања

Оптималан број понављања може се одредити следећим изразом:

$$B^* = \max[B_0, B_1] \quad (82)$$

Основни проблем код примене овог метода јесте тачност ES оцењивача. Истраживања Giannopoulos и Tunaru (2005) указују да се овај проблем донекле може амортизовати применом горе описане процедуре, али да је на истраживачима да направе оптималан компромис између броја понављања, што повећава трошкове имплементације процедуре, и нивоа тачности процене.

Четврти део

Процена тржишног ризика на изабраним тржиштима у настајању

1. Преглед ранијих емпиријских истраживања примене VaR и ES модела на изабраним тржиштима

Последњих неколико година публикован је велики број студија и истраживања чији је предмет проучавања везан за тестирање апликативности класичних VaR параметарских и непараметарских модела ризика на тржиштима у настајању. Основни циљ ових истраживања био је да се тестира да ли су ови модели могу да на овим тржиштима задовоље стандарде прописане од стране Базелског комитета. Прва истраживања везана за тржишта у настајању по правилу су се односила на тржишта у настајању Азијских земаља. Прва значајнија истраживања везана за тржишта у настајању европских земаља спровели су Valentinyi-Endresz (2004), Dunis и Shanon (2005), Zikovic (2007) Diamandis *et al.* (2011), Şener, Baronyana и Mengütürk (2012), Rossignolo, Fethib и Shaban (2012, 2013), Louzis, Xanthopoulos-Sisinis and Refenes (2014), Del Brio, Mora-Valencia и Javier (2014). Истраживања Valentinyi-Endresz (2004) односе се на тестирање различитих условних и безусловних VaR модела на тржишту капитала Мађарске. Резултати показују да на овом тржишту нема значајнијих разлика у перформансама тестираних модела на овом тржишту. Први аутор које се бави испитивањем VaR модела на тржиштима која су предмет истраживања у дисертацији био је Zikovic (2005). Значај његовог истраживања огледа се да је био први аутор који је истакао да класични модели VaR, који се широко користе на развијеним тржиштима, нису адекватни за тржишта у настајању, већ да је потребно развити посебне моделе за таква тржишта. Zikovic (2005) је предложио да се за ова тржишта користи полу-параметарски модел историјске симулације који се заснивао на комбиновању модела историјске симулације пондерисане временом и волатилношћу. Проучавајући класичне

параметарске моделе ризика, попут *RiskMetrics*-а и варијанса-коваријанса модела, али и стандардног модела историјске симулације на тржиштима капитала девет Медитеранских истраживања, Zikovic (2007) је открио да они не могу да кооптирају успешно динамику волатилности на овим тржиштима. Као резултат тих истраживања Zikovic (2010) и Zikovic и Filer (2013) развили и тестирали хибридни модел историјске симулације заснован на *Bootstrap* симулацији. Перформансе модела су тестирали на великом броју европских земаља у настајању и закључили да генерише боље процене ризика од класичних параметарских и непараметарских VaR модела, али и од VaR модела који се заснивају на комплексним моделима оцене волатилности. Модел су тестирали у контексту задовољења Базелских стандарда. До сличних закључака, у погледу неопходности развоја посебних VaR модела за тржишта у настајању европских земаља, дошли су и Rossignolo, Fethib и Shaban (2012, 2013), посебно напомињући да на овим тржиштима треба ограничити употребу класичних параметарских и непараметарских модела, када се користе за потребе задовољења Базелских стандарда. Истраживање су спровели на тржиштима капитала тзв. ПИГС земаља (Португалије, Ирске, Грчке и Шпаније). Проучавали су велики број модела историјске симулације, параметарских модела заснованих на различитим ARCH моделима за оцену условне волатилности, као и моделе засноване на EVT. Открили су да, када је у питању апликативност параметарских модела заснованих на ARCH моделима за оцену условне волатилности, значајнија је претпоставка о случајној грешци модела волатилности, него спецификација модела волатилности. Сличне налазе представили су и Radivojevic *et al.* (2017, 2015) испитујући апликативност модификованог *RiskMetrics* модела на тржишту капитала Србије и Југоисточне Европе. Милојковић (2019) је проучавала апликативност *RiskMetrics* модел који се базира на нормалном GARCH моделу, на GARCH моделу који се базира на претпоставци да иновације следе студентову T дистрибуцију и на нелинеарном GARCH моделу, на тржишту капитала Србије, Кипра, Грчке, Ирске и Шпаније. Открила је да све тестиране моделе на овим тржиштима, која се одликују ниском ликвидношћу у високом волатилношћу треба примењивати са опрезом. Најбоље резултате постигао је AR(p)-GARCH(p,q) - Bootstrap модел историјске симулације које је развила имајући у виду карактеристике изабраних тржишта. Међутим, ни овај модел није био адекватан на свим тестираним тржиштима.

Истраживања Радивојевић и сарадника (2015, 2016, 2017, 2019, 2020) у складу су са закључцима претходно апострофираних истраживања. Проучавали су велики број

VaR модела, почев од једноставних непараметарских модела заснованих на претпоставци IID дистрибуције, до веома комплексних параметарских модела заснованих на EVT, моделима условне волатилности који су способни да кооптирају разне карактеристике дистрибуције приноса портфолија банака, скоро на свим тржиштима у настајању европских земаља (од Балтички до Медитеранских земаља). Резултати њихових истраживања недвосмислено указују: 1) да класични непараметарски и параметарски VaR модели не могу поуздано да се користе за процену ризика у контексту задовољења Базелских стандарда; 2) да је важнија претпоставка о дистрибуцији случајне грешке модела волатилности у односу на његову спецификацију; 3) да се апликативност класичних VaR модела може унапредити инкорпорирањем условних модела волатилности који могу да кооптирају дебеле репове и асиметрију; 4) да се апликативност непараметарских модела може унапредити применом *Bootstrap* симулације; 5) да је неопходна верификација резултата модела за тестирање валидности VaR модела.

Општи закључак који се може извести на основу резултата ових истраживања јесте да је за потребе процене ризика применом VaR модела у контексту Базел II стандарда неопходно развити модел који ће бити адекватан одређеном тржишту у настојању, односно да се не може развити оптималан за сва ова тржишта.

Када се ради о емпиријским истраживањима везаним за апликативност ES модела у контексту задовољења Базел III стандарда, скоро и да нема радова. Разлози за то можда се могу наћи у чињеници да је стандард релативно скоро дефинисан, али и да је изузетно комплексно тестирати валидности ових модела. Изузетак представљају радови Zikovic-a (2008) и Radivojevic-a *et al.* (2019). Zikovic (2008) је проучавао апликативност CVaR модела. Истраживање је спровео на примеру бивших југословенских земаља. Статистички подаци о грешкама показују да су CVaR модели прилично успешни у хватању екстремних губитака, који су се догодили на овим тржиштима. Аутор посебно истиче моделе засноване на генералној дистрибуцији екстремних вредности и хибридном моделу историјске симулације.

Radivojevic-a *et al.* (2019) спровели су истраживање о апликативности великог броја ES модела у контексту задовољења Базел III стандарда и то на тржишту капитала Португалије, Шпаније, Грчке, Турске, Хрватске, Босне и Херцеговине, Малте, Србије и Ирске. Испитивали су апликативност дванаест модела ризика заснованих на *Bootstrap* симулацији и моделима ARMA-EGARCH/GJR-GARCH/APARCH(p,q) волатилности.

Резултати истраживања говоре у прилог употребе филтрираног модела историјске симулације који је способан да кооптира ефекат асиметрије.

У свим претходно апострофираним радовима, независно од тога да ли су у њима предмети истраживања били модели који су развијени имајући у виду искључиво карактеристике развијених тржишта, или и модели који су развијени имајући у виду специфичности тржишта у настајању, не може се наћи модел VaR односно ES, који је истовремено задовољио критеријуме валидности, у контексту Базелских стандарда, на свим тестираним тржиштима. Јединственост овог рада јесте да развије модел који ће бити оптималан на свим тестираним тржиштима и у контексту Базел III стандарда.

2. Емпиријско истраживање

У циљу проналажења одговора да ли је могуће развити модел VaR и ES који ће бити оптималан за сва тестирана тржишта и истовремено остварити боље перформансе у односу на широко примењиване класичне параметарске, непараметарске и полу-параметарске моделе ризика, у наставку дисертације извршено је тестирање пет широко коришћених класичних модела VaR и то:

- 1) варијанса-коваријанса и *RiskMetrics* модела, као два најпознатија представника параметарских модела ризика;
- 2) стандардни модел историјске симулације (као најпознатијег непараметарског модела ризика);
- 3) филтрирани модел историјске симулације заснован на GARCH моделу волатилности (као најпопуларнијег и с аспекта валидности процена ризика најбољег полу-параметарског модела ризика),

као и модела који је предствљен у дисертацији као попутно нов модел за процену ризика.

У наставку дисертације предствљени су подаци и методологија, као и резултати истраживања.

2.1. Варијабле и методологија истраживања

Како је већ истакнуто више пута на претходним страницама ове дисертације, модели ризика су тестирани на тржишту капитала Србије, Хрватске и Словеније. Тржишта су изабрана имајући у виду њихове тернутне карактеристике, развијеност, али и заједнички историјски развој и порекло.

У истраживању су коришћени подаци о дневним приносима берзанских индекса, који су применом израза (83) трансформисани у логаритамски облик:

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad (83)$$

при чему је:

$r_{i,t}$ - логаритамски принос за дан (t)

$P_{i,t}$ - вредност посматраног индекса на затварању за текући дан

$P_{i,t-1}$ - вредност посматраног индекса на затварању претходног дана

Тестирани индекси су Belex15 (Србија), Crobex (Хрватска) и Sbitop20 (Словенија). Подаци су прикупљени са Bloomberg-овог сајта. Истраживања је спроведено од 5. маја 2017. до 5. маја 2020. године. Ови индекси су изабрани како би се редуковао проблем несинхроног трговања⁹⁷, који је присутан на овим тржиштима. Због различитог броја радних дана ових берзи укупан број опсервација по берзама се разликује. Тако је за Belex15 прикупљено 758 података, односно 746 за индекс Crobex и 736 за индекс Sbitop20. Период од маја 2017. до маја 2019. године, коришћен је за добијање параметара модела волатилности. Период од последњих годину дана коришћен за тестирање валидности модела.

Процене ризика су извршене према захтевима Базел II и Базел III стандарда. Тако да су процене VaR и ES вршене дневно, за ниво поверења од 99%, односно 97,5%, респективно, на узорку од једне године историјских података о кретањима вредности тржишних индекса.

⁹⁷ Појава да се одређеним хартијама од вредности не тргује један или више дана, те се као недостајућа цена узима вредност од првог претходног дана када се одређеном хартијом вредности трговало. Овакав начин надомештања недостајућих цена доводи до привидне корелације одређене хартије са тржишним портфолијем.

Процене VaR применом варијанса-коваријанса модела добијене су употребом приступа једнако пондерисаних покретних средина, док су процене VaR применом *RiskMetrics* модела добијене употребом израза (6), уз напомену да је коришћен фактор опадања од 0,94.

Процене VaR применом стандардног модела историјске симулиције утврђене су применом израза (30). Процене VaR применом филтрираног модела историјске симулације добијене на основу симулираних приноса који су пондерисани са проценама текуће волатилности начињене применом *GARCH*(p,q) модела. Коришћени *GARCH*(p,q) модел заснован је на претпоставци да грешка модела следи нормалну дистрибуцију. За оцену параметара *GARCH* модела коришћен је метод максималне веродостојности за максимизирање *Gaus*-ове логаритамске функције:

$$LR = \sum_{i=1}^T \left[-\ln \sqrt{2\pi} - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_i^2}{\sigma_i^2(\alpha, \beta, \omega)} - \frac{1}{2} \ln \sigma_i^2(\alpha, \beta, \omega) \right] \quad (84)$$

при чему је:

LR - вредност рачна функције

α, β, ω - параметри функције

ε - случајна грешка

σ^2 - Варијанса

Процене VaR, применом новог модела, добијене су како је описано у претходном делу дисертације, уз напомену да су оцене параметара *GPD* добијене максимизирањем следеће логаритамске функције веродостојности:

$$LR(\xi, \beta | X) = -k \ln \beta - \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{j=1}^k \left[1 + \frac{\xi}{\beta} (x_j - u) \right] \quad (85)$$

уз ограничења:

1) $\beta > 0$ и

2) $1 + \xi(X_j - u) / \beta > 0$, при чему оцена репа дистрибуције (ξ) је *Hull*-ова оцена добијена применом следећег израза:

$$\hat{\alpha}^H = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln(x_{n-i+1}) - \ln(x_{n-k}) \quad (86)$$

Процене ES добијене су на основу процена VaR применом израза (3), осим у случају новог модела. У том случају процене ES су добијене изразом (41).

У циљу тестирања валидности хипотезе H_1 , пре него што су начињене процене ризика, извршена је анализа основних карактеристика изабраних тржишта. Анализа је

извршена на основу података о кретању берзанских индекса јер се сматра да они најбоље осликавају карактеристике ових тржишта. За испитивање степена компатибилности карактеристике ових тржишта са претпоставкама класичних параметарских и непараметарских модела ризика коришћене су:

- 1) визуелна анализа одступања емпиријске од нормалне дистрибуције и анализа QQ графика;
- 2) анализа трећег и четвртог момента централне тенденције (анализа коефицијента спљоштености и асиметрије);
- 3) *Jarque-Bera*-ов тест за испитивање нормалности дистрибуције;
- 4) анализа аутокорељационе функције (ACF) и парцијалне аутокорељационе функције (PACF); и
- 5) анализа присуства кластера волатилности, односно ARCH(p) ефекта.

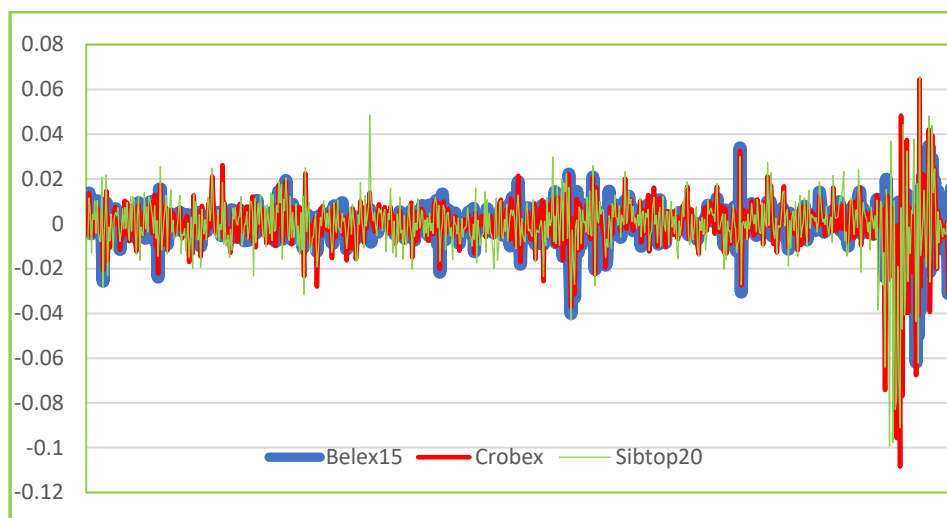
Сви тестови су спроведени за ниво поверења од 95%.

2.2. Процена тржишног ризика на изабраним тржиштима

Процене VaR и ES за посматрани период од 5. маја 2019. до 5. маја 2020. године, као и стварно кретање ризика приказане су на сликама од A7 до A21, уз напомену да су модели обележени почетним словима концепата на којима почивају и бројем који означава величину узрока. Отуда је модел варијанса-коваријанса означен као VCV500, *RiskMetrics* као RM500, стандардни модел историјске симулације као HS500, филтрирани модел историјске симулације као FHS500 и нови модел као EVT- MLP500 модел.

У циљу идентификовања степена компатибилности између карактеристика изабраних тржишта и претпоставки класичних параметарских и непараметарских модела VaR, односно како би се доказала или одбацила хипотеза H1, у дисертацији је извршена дескриптивне анализе дистрибуције серије приноса изабраних индекса. Кретање приноса индекса приказано је на слици 8. Резултати дескриптивне анализе и теста нормалности приказани су у табели 4.

Слика 8. Кретање приноса тржишних индекса Belex15, Crobex и Sbitop20



Извор: (Аутор)

Визуелна анализа открива да у последњој години посматрања постоји груписање волатилности у кластере високе волатилности, што указује на могућег постојања аутокорелације и хетероскедастичности, што је у супротности са претпоставком о IID на којој почивају непараметарски модели, као бојни параметарски модели ризика међу којима и варијанса-коваријанса модел. Резултати визуалне анализе указју на неопходност спровођења дубље, дескриптивне анализе, чији су резултати сумирани у табели 4.

Табела 4. Резултати дескриптивне анализе основних карактеристика дистрибуције приноса изабраних индекса

	Belex15	Crobex	Sbitop20
Средња вредност	0.000	0.000	0.000
Стандардна девијација	0.008	0.009	0.009
Коефицијент спљоштености	15.243	58.866	32.435
Коефицијент искошености	-1.547	-4.576	-2.403
Распон	0.096	0.164	0.153
Минималне вредности	-0.062	-0.107	-0.094
Максималне вредности	0.035	0.056	0.060
Број опсервација	757	746	736
<i>Jerque-Bera</i> тест	4960.18	98282.1	26902

p-вредност	0.000	0.000	0.000
------------	-------	-------	-------

Извор: Аутор

Резултати дескриптивне анализе изненађујући су у погледу средње вредности приноса тржишних индекса током посматраног периода. Наиме, на свим тржиштима средња вредност је једнака нули. Овакав резултат у складу је са теоријским претпоставкама модела VaR према коме је очекивана вредност једнака нули, која иначе представља просечну вредност из историјског периода. Ово значи да инвеститори на овим тржиштима не могу да очекују принос од улагања у ову инвестициону алтернативу. Имајући у виду бројна истраживања која сведоче о високим средњим вредностима приноса на тржиштима у настајању, као што су истраживања Dailami и Atkin (1990), Harvey (1995), Bekaert и Harvey (1997, 2005) и других, овај податак је веома изненађујући. Вредности стандардних девијација су прилично ниске за ову врсту тржишта. Ниске вредности стандардне девијације могу бити индикација: 1) да нема значајних осцилација и волатилности на тржишту. У контексту управљања ризицима, то би значило да тржишта нису значајно ризична; 2) да се на тржиштима слабо тргује, те да из тог разлога нема већих осцилација у вредности индекса. Када се узме у обзир средња вредност, као и вредности коефицијента спљоштености и асиметрије, јасно је да је ниска вредност стандардних девијација последица малог броја трансакција на овим берзама. Потврда да се не ради о неризичним тржиштима може се закључити и на основу визуелне анализе кретања приноса индекса, приказаној на слици 7, са које се јасно уочава периоди ниске и високе волатилности.

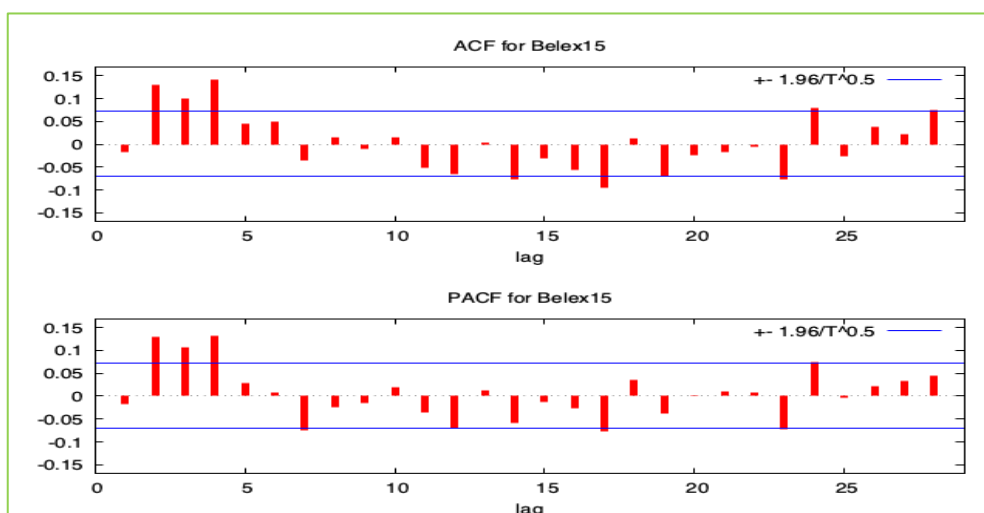
Анализа коефицијената спљоштености и асиметрије открива да индекси имају значајно издужене дистрибуције у односу на нормалну и да су померене лево од средине. У економетрији ово је познато као лептокуртична дистрибуција. Негативне вредности коефицијента асиметрије и високе вредности коефицијената спљоштености указују да на овим тржиштима постоји већа вероватноћа остваривања негативних у односу на позитивне приносе. Другим речима, анализа трећег и четвртог коефицијента централне тенденције јасно говори да серије приноса дистрибуције тржишних индекса нису нормално дистрибуиране. Ово је такође у супротности са претпоставкама класичних параметарских модела, какви су варијанса-коваријанса и *RiskMetrics* модел. Потврда овога може се наћи и кроз визуелну анализу одступања дистрибуције приноса индекса у односу на нормалну дистрибуцију и анализу QQ-графика. Одступања дистрибуције

приноса индекса у односу на нормалну дистрибуцију приказане су у прилогу дисертације на сликама од A1, A2 и A3, за Србију, Хрватску и Словенију, респективно. Такође, у прилогу дисертације, на сликама A4, A5 и A6 приказана је анализа *QQ*-графика. Визуелне анализе јасно потврђују претходно изнети закључак у вези одступања дистрибуције приноса тржишних индекса у односу на нормалну дистрибуцију.

Потврда свега претходно реченог у вези са одступањем дистрибуције серије приноса тржишних индекса у односу на нормалну дистрибуцију потврђују вредности *Jarque-Bera* тест. Вредности овог теста недвосмислено указују да серије приноса нису нормално дистрибуиране, те да се на основу ових резултата може прихватити да је хипотеза H_1 , која гласи да **карактеристике изабраних тржишта у настајању одступају од претпоставки класичних параметарских модела VaR**, доказана као валидна.

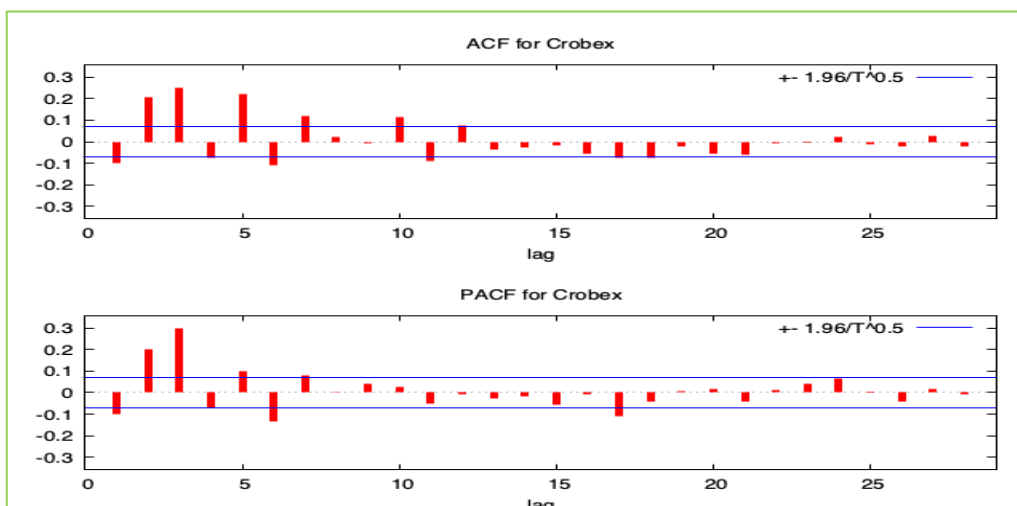
Како је већ истакнуто, постојање кластера волатилности индикација су присуства аутокорељације у серији приноса тржишних индекса. Последица постојања кластера волатилности јесте лептокуртична дистрибуција. Из тог разлога је у наставку дисертације спроведена анализа аутокорељационе функције (ACF) и парцијалне аутокорељационе функције (PACF). Резултати ових анализа графички приказани су на сликама 9, 10 и 11.

Слика 9. АЦФ и ПАЦФ анализа Belex15



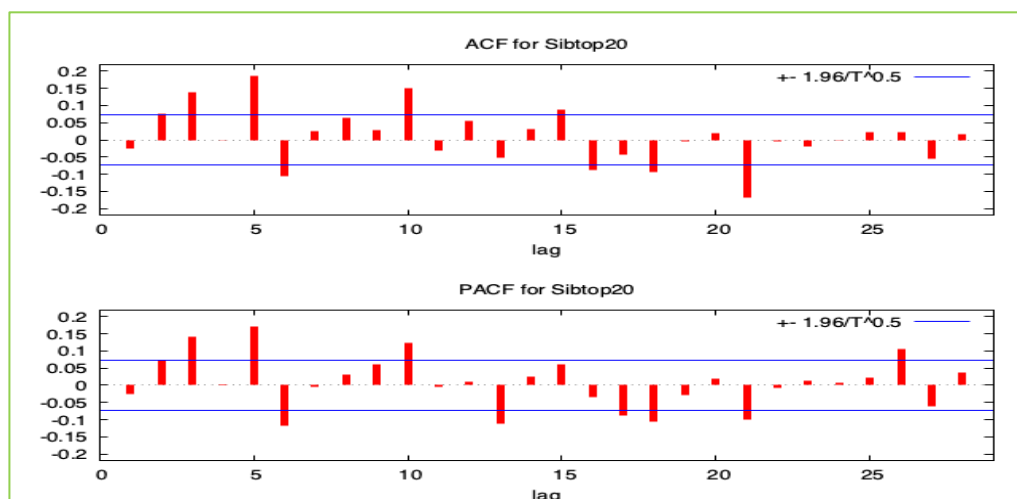
Извор: Аутор

Слика 10. АЦФ и ПАЦФ анализа Crobex



Извор: Аутор

Слика 11. АЦФ и ПАЦФ анализа Sbitop20



Извор: Аутор

Анализа ACF и PACF анализа указује да код сва три индекса постоји аутокорељације другог и трећег реда, али и у каснијим доцњама. Нарочито је ово евидентно за тржиште капитала Словеније, где ја приметна значајна аутокорељација десетог и двадесетипрвог реда. Добијени резултати јасно указују да приноси нису независно дистрибуирани и имплицирају присуство ARCH ефекта. Из тога разлога анализа основних карактеристика изабраних тржишта настављена је применом *Lagrange*-ов мултипликатор за ARCH(p) модел. У табели 5 дати су резултати ARCH теста.

Табела 5. Резултати *Lagrange*-ов мултипликатор за *ARCH(2)* модел

	Belex15	Crobex	Sibtop
Вредност теста	115.2	19.84	2.693
Р- вредност	0.000	0.000	0.260

Извор: Аутора

Резултати *Lagrange*-ов мултипликатор за *ARCH(2)* модела показују да је *ARCH* ефекат другог реда је присутан на тржишту капитала Србије и Хрватске, док није забележен на тржишту капитала Словеније. С аспекта процене *VaR* ово значи да би требало на тржишту капитала Србије и Хрватске најбоље перформансе да забележи *FSH500* модел, док са аспекта моделирања волатилности применом *GARCH(p,q)* модела значи да је на тржишту капитала Србије и Хрватске потребно користити *GARCH* модел, односно да је на тржишту капитала Словеније довољно користити приступ једнако пондерисаних покретних средина.

Оцене параметара *GARCH(1,1)* модела приказане су у табели 6. На основу оцена датих у табели 6, може се закључити да су сви оцењени параметри су статистички значајни. Вредности *Akaike* критеријума и *Log-likelihood* оправдавају изабране моделе.

Табела 6. Оцене параметара *GARCH(1,1)*

Belex15				
	Коефицијент	Стандардна грешка	z - тест	р- вредност
Константа	0.000	0.000	0.668	0.504
ω	0.000	0.000	3.169	0.002
α	0.158	0.026	6.070	0.000
β	0.817	0.025	32.095	0.000
<i>Log-likelihood</i>	2785.585	<i>Akaike</i> критеријум	-5561.170	
Crobex				
Константа	0.000	0.000	-0.395	0.692
ω	0.000	0.000	5.311	0.000

α	0.497	0.096	5.172	0.000
β	0.265	0.106	2.514	0.012
<i>Log-likelihood</i>	2771.106	<i>Akaike</i> критеријум	-5532.211	
Sbitop20				
Константа	0.000	0.000	0.933	0.351
ω	0.000	0.000	1.983	0.047
α	0.078	0.015	5.080	0.000
β	0.896	0.027	32.900	0.000
<i>Log-likelihood</i>	2649.658	<i>Akaike</i> критеријум	-5289.316	

Извор: Аутор

Оцене параметара GPD дистрибуције добијене применом израза (83) приказане су у табели 7, уз напомену да је праг (u) дефинисан у складу са правилима које је дефинисао Christoffersen (2011). Другим речима, у реп дистрибуције сврстани су 5% највећих негативних приноса тржишних индекса.

Табела. 7 Оцене параметара GDP дистрибуције тестираних индекса

	Belex15	Crobex	Sbitop20100
Вредност прага	-2.0613	-3.1428	-2.6336
Реп индекса (ξ)	0.3039	0.5242	0.4427
Параметар распона	0.939	5.5124	2.168

Извор: Аутор

Добијене оцене су коришћене за процену VaR и ES применом EVT-MLP500 модела.

3. Тестирање валидности тестираних модела

Тестирање валидности модела извршено је за период од 5. маја 2019. до 5. маја 2020. године, на тај начин што је стварно кретање приноса тржишних индекса поређено са проценама VaR и ES, што је приказано на сликама од A7 до A21 у прилогу дисертације. Због различитог броја радних дана између берзи, број опсервација током периода тестирања се разлике између изабраних берзи. Тако, период тестирања Belex15 обухвата последњих 257 дана посматрања, док за Crobex 246 података, односно за Sibtop 236 података. Првих 500 дана посматрања су коришћени за калибрирање модела и иницијалне процене волатилности.

Укупан број прекорачења, дана када је губитак био већи у односу на процену ризика, као и проценат прекорачења, за свако тржиште и сваки модел, посебно су приказани у табели 8.

Табела 8. Број и проценат прекорачења

Модел	Процене VaR					
	Belex15		Crobex		Sbitop20	
	Број прекорачења	%	Број прекорачења	%	Број прекорачења	%
VCV500	11	4.40	12*	4.88	12**	5.08
RM500	11	4.40	12***	4.88	11*	4.66
HS500	8	3.11	9	3.66	8*	3.20
FHS500	8	3.11	6*	2.44	5	2.12
EVT-MLP500	7	2.72	6	2.44	6	2.54

	Процене ES					
	Belex15		Crobex		Sbitop20	
Модел	Број прекорачења	%	Број прекорачења	%	Број прекорачења	%
VCV500	9	4.28	10	4.07	11	4.66
RM500	9	4.28	11	4.47	11	3.81
HS500	5	1.95	5	2.03	8	3.20
FHS500	5	1.95	2	0.81	3	1.27
EVT-MLP500	0	0	0	0	5	2.12

Напомена: *,**,*** обележени су 1, 2 и 3 кластера прекорачења.

Извор: Аутор

Резултати приказани у горњој табли показују да су сви модели произвели значајно већи број прекорачења, од броја прекорачења прописаних *Traffic light* приступом. Према овом критеријуму оба параметарска модела се могу одбацити као неисправна, док модели HS500, FHS500 и EVT-MLP500 треба сврстати у жуту зону. Овакви резултати су, пре свега за моделе који се заснивају на IID дистрибуцији, као што су VCV500 и HS500, су и очекивани, када се има у виду кретање приноса тржишних индекса током целог периода истраживања. Иницијалне процене VaR и калибрирање модела волатилности, вршени су за сувише миран период волатилности (период ниског кластера волатилности), док су процене ризика вршене за период високе волатилности, што се негативно одразило на број прекорачења. Разлог зашто је модел RM остварио слабе перформансе крије се у једноставном моделу кооптирања волатилности, односно у слабо подешеном фактору опадања. У прилогу слабо подешеном фактору опадања, сведочи и податак да је код овог модела забележено највише кластера прекорачења. На тржишту капитала Хрватске, током периода тестирања, модел је забележио чак три кластера прекорачења. Појава кластера прекорачења на два од три тржишта, у случају VCV500 модела, јасно указују да условима постојања ARCH ефекта, модели базирани на процени безусловне волатилности не могу да се користе на тржиштима у настајању. Имајући у виду да током мирног периода волатилности није било значајних екстремних приноса (*outlier-a*), изненађујуће добре перформансе у односу на оба параметарска модела, забележио је HS500 модел. Релативно добре перформансе забележио је FHS500

модел. Овакви резултати су очекивани када се имају у виду бројна емпиријска истраживања (Rossignolo et al. (2012), Louzis, et al. (2014), Del Brio et al. (2014)). Изненађујуће код овог модела јесте појава кластера прекорачења на тржишту капитала Хрватске, што се може оправдати чињеницом да модел волатилности није могао тренутно да кооптира појаву екстремног губитка. Нови модел ризика, који је развијен у дисертацији забележио је најбоље перформансе, у смислу процене VaR, будући да је генерисао најмањи број прекорачења на тржишту капитала Србије, да је генерисао исти број прекорачења на тржишту капитала Хрватске као и FHS500 модел, али није забележио кластер прекорачења, док је на тржишту капитала Словеније био другопласиран према броју прекорачења.

Будући да се периоди тестирања између тржишта не поклапају, као ни између тржишта и периода дефинисаног *Traffic light* приступом, то је боље узети у разматрање процену прекорачења у односу на укупан број дана из периода тестирања. Број и проценат прекорачења код *Traffic light* приступа дефинисан је за 250 дана посматрања. Отуда се модели VaR сврставају у зелену зону уколико им је стопа прекорачења испод 1.20%, односно у жуту ако је испод 3.60%.

Налази и закључци у вези тога који је модел најбољи, узимањем у разматрање овог критеријума, остају непромењени у односу на закључке изведене на основу анализе перформанси модела на основу броја прекорачења. Једино одступање односи си се на закључак везан за валидност HS500 модела на тржишту капитала Хрватске. С обзиром на то да је модел генерисао већи број процена прекорачења од 3.60%, не може се сврстати у жуту зону, већ га треба одбацити као неисправан.

Будући да *Traffic light* приступ не уважава чињеницу да ли VaR модели генеришу кластере прекорачења, као ни то да ли су модели сувише конзервативни, па не производе прекорачења, што с аспекта профитабилности банке, такође није добро, уобичајена је пракса да се модели тестирају применом безусловног и условног теста покрића. Резултати тестирања безусловног и условног покрића VaR модела приказани су у табели 9, уз напомену да су тестови спроведени за ниво поверења од 95%.

Табела 9. Резултати безусловног и условног покрића

Тест безусловног покрића			
	Belex15	Crobex	Sbitop20

Модел	Критична вредност	р- вредност	Критична вредност	р- вредност	Критична вредност	р- вредност
VCV500	15.410	0.000	19.333	0.000	20.153	0.000
RM500	15.410	0.000	19.33	0.000	20.153	0.000
HS500	7.425	0.006	10.444	0.001	8.390	0.004
FHS500	7.425	0.006	3.671	0.055	2.258	0.133
EVT-MLP500	5.246	0.022	3.671	0.055	3.974	0.046
Тест условног покрића						
	Belex15		Crobex		Sbitop20	
Модел	Критична вредност	р- вредност	Критична вредност	р- вредност	Критична вредност	р- вредност
VCV500	15.410	0.000	19.606	0.000	22.485	0.000
RM500	15.410	0.000	24.731	0.000	20.658	0.000
HS500	7.425	0.024	10.444	0.005	8.390	0.015
FHS500	7.425	0.024	6.114	0.047	2.258	0.323
EVT-MLP500	5.246	0.073	3.671	0.160	3.974	0.137

Извор: Аутор

Резултати теста безусловног и условног покрића показују:

- 1) да оба параметарска VaR модела, VCV500 и RM500, нису задовољила критеријум безусловног и условног покрића ни на једном од изабраних тржишта; што имплицира да се не задовољавају критеријуми валидности VaR модела у контексту Базел II стандарда, те стога се не могу поуздано користити за процену ризика на овим тржиштима;
- 2) да HS500 није задовољио критеријум безусловног и условног покрића ни на једном од изабраних тржишта, што имплицира да се не може поуздано користити за процену ризика на овим тржиштима у контексту Базел II стандарда;
- 3) да FHS500 је задовољи критеријум безусловног покрића на тржишту капитала Хрватске и Словеније, односно да није критеријум условног покрића само на тржишту капитала Словеније;

- 4) да је модел EVT-MLP500 задовољио критеријум безусловног покрића само на тржишту капитала Хрватске, односно да је на свим тржиштима задовољио услов условног покрића;

У контексту задовољена критеријума Базел II стандарда, најлошије перформансе показали су параметарски модели VCV500 и RM500 јер су генерисали највећи број прекорачења и нису задовољили ни на једном тржишту тест безусловног и условног покрића. Затим следи HS500 модел који, такође, ни на једном тржишту није задовољио критеријум безусловног и условног покрића, али је генерисао мањи број прекорачења на сваком тржишту у односу на параметарске моделе. С аспекта безусловног покрића најбоље перформансе је постигао FHS500 модел. Међутим, модел је показао веома слабе перформансе у контексту условног покрића. Критеријум условно покрића модел је задовољио само на тржишту капитала Словеније. С аспекта условног покрића, најбоље перформансе је постигао нови модел развијен у дисертацији, EVT-MLP500 који је на свим тржиштима задовољио критеријум. Међутим, модел је показао слабе резултате с аспекта безусловног покрића.

Наравно, ове закључке треба прихватити са опрезом, будући да је неопходна верификација резултата модела за тестирање валидности VaR модел, што је предмет анализе у наредном делу дисертације.

Како би се доказала односно одбацила друга хипотеза H2, која гласи да на изабраним тржиштима класични непараметарски модели VaR дају боље процене очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (*Berkowitz*-евог теста), у наставку дисертације извршено је тестирање валидности ES процена применом *Berkowitz*-евог теста. Резултати су приказани у табели 10.

Табела 10. Резултати *Berkowitz*-евог теста

Модел	Belex15		Crobex		Sbitop20	
	Критична вредност	р- вредност	Критична вредност	р- вредност	Критична вредност	р- вредност
VCV500	5.690	0.058	62.921	0.000	-3.095	n/a
RM500	5.681	0.058	61.597	0.000	-3.091	n/a
HS500	4.664	0.097	27.818	n/a	-3.01052	n/a
FHS500	5.690	0.058	-0.536	n/a	-2.571	n/a

EVT-MLP500	4.604	0.100	31.386	0.000	-3.470	n/a
-------------------	-------	-------	--------	-------	--------	-----

Извор: Аутор

Резултати *Berkowitz*-евог теста су изненађујући и показују да сви модели на тржишту капитала Србије генеришу поуздане процене ES, док на осталим тржиштима тестирани модели не задовољавају критеријум валидности ES модела. Као што се може видети у табели 10, велики број пута тест није било могуће спровести, што указује на недостатке *Berkowitz*-евог теста, о чему је било речи у дисертацији. На основу добијених резултата није могуће донети валидан закључак у погледу валидности хипотезе H2. Такође се не може изнети валидан закључак ни у погледу треће и четврте хипотезе. Стога је у наставку дисертације извршена верификација резултата тестирања валидности VaR применом *Dofour Monte Carlo* тест процедуре, односно модела ES, применом *Bootstrap* симулације. Резултати су представљени и дискутовани у наредном делу дисертације.

4. Валидација резултата тестирања валидности модела применом *Monte Carlo* и *Bootstrap* симулације

Валидација резултата теста безусловног и условног покрића VaR модела извршена је применом *Monte Carlo* тест процедуре. Симулација је извршена применом 10.000 симулација величине узорка који одговарају величини стварних узорка тестираних индекса, за ниво поверења од 99%. Резултати симулације дати су у табели 11. Стопа немогућности провошења теста, у случају безусловног покрића износила је од 0,254 до 0,097. У случају условног покрића она се кретала од 0,164 до 0,089.

Табела 11. Резултати *Dufour Monte Carlo* тест процедуре

	Тест безусловног покрића			Тест условног покрића		
	Belex15	Crobex	Sbitop20	Belex15	Crobex	Sbitop20
Модел	р-вредност	р-вредност	р-вредност	р-вредност	р-вредност	р-вредност
VCV500	0.003	0.000	0.000	0.001	0.000	0.002
RM500	0.002	0.001	0.001	0.033	0.011	0.027
HS500	0.067	0.032	0.048	0.051	0.014	0.015

FHS500	0.138	0.311	0.402	0.309	0.048	0.199
EVT-MLP500	0.058	0.484	0.099	0.046	0.435	0.547

Извор: Аутор

Резултати у табели 11 имплицирају да су најлошије перформансе генерисали VCV500 и RM500 модел. Некомпатибилност основних претпоставки ових модела, пре свега везаних за претпоставку нормалности, са караткриситкама изабраних тржишта узрок су њихових слабих процена ризика. Такође, слабе перформансе узроковане су и појавом ARCH ефекта. То што је HS500 модел успео да задовољи критеријуме безусловног и условног покрића на тржишту капитала Србије рангира га испред оба параметарска модела VaR. Разлог за боље перформансе овог модела у односу на параметарске моделе налази се у томе што су екстремни приноси током периода посматрања утицали добро на процену ризика овог модела. Најбоље перформансе забележили су FHS, односно EVT-MLP500 модел. Ова два модела су на свим тржиштима задовољила оба критеријума валидности VaR модела.

За верификацију резултата тестирања ES модела коришћена је *Bootstrap* симулација, како је описана на претходним странама дисертације. Резултати *Bootstrap* верификације презентовани су у табели 12. Просечна стопа реализације симулације износила је 0.835. Оптималан број понављања утврђен је применом тро-ступене процедуре, како је описано у претходном делу дисертације. Број оптималних понављања износи +/- 2.32% од 5000 симулација.

Табела 12. Резултати *Bootstrap* симулације *Berkowitz*-евог теста

	Belex15	Crobex	Sbitop20
Модел	р- вредност	р- вредност	р- вредност
VCV500	0.007	0.003	0.048
RM500	0.041	0.027	0.036
HS500	0.062	0.038	0.019
FHS500	0.311	0.297	0.0453
EVT-MLP500	0,104	0.238	0.097

Извор: Аутор

Као што се може видети из табеле 12, најбоље перформансе постигао је нови модел који је развијен у дисертацији означен као EVT-MLP500. Модел је успешно задовољио критеријум валидности ES модела у контексту Базел III стандарда. Затим следи FHS500 модел. Овакви резултати овог модела су у складу са истраживањима других аутора попут, Zikovic-a (2008) и Giannopoulos-a и Tunaru-a (2005) који су тестирали употребу овог модела за процену ES. FHS500 модел није задовољио услов валидности ES модела у контексту Базел III стандарда само на тржишту капитала Словеније, упркос чињеници да је био успешан у задовољавању критеријума валидности VaR модела у контексту Базел II стандарда. Најслабије резултате постигли су параметарски модели, VCV500 и RM500, који нису успели да задовоље критеријум валидности ES модела у контексту Базел III стандарда ни на једном од три изабрана тржишта. HS500 модел је задовољио постављени критеријум валидности само на тржишту капитала Србије.

Имајући у виду добијене резултате може се изнети следећи закључак у вези тестираних хипотеза:

- 1) Хипотеза H2, која гласи: **да на изабраним тржиштима класични непараметарски модели VaR дају боље прецене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста), је доказана као валидна;**
- 2) Хипотеза H3 која гласи: **да полу-параметарски модели VaR генеришу супериорније процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста), је доказна као валидна**
- 3) Хипотеза H4 која гласи: **да употреба новог модела VaR заснованог на неуронским мрежама, који ће бити развијен у дисертацији, обезбедиће супериорније процене условног очекиваног губитка на изабраним тржиштима капитала у односу на класичне стандардне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда, је доказана као валидна, с обзиром на то да је модел генерисао валидније процене ES у односу на FHS модел.**

5. Дискусија добијених резултата

Резултати дескриптивне и визуелне анализе одступања емпиријске од нормалне дистрибуције, приказане на сликама од А1 до А3, односно анализе QQ графика, приказане на сликама од А4 до А6 јасно указују да приноси нису нормално дистрибуирани. Овакав закључак потврђује и анализа коефицијента асиметрије и издужености и вредност *Jarque-Bera*-овог теста. Анализа коефицијента показује да су дистрибуције приноса портфолија искошене у лево и значајно издужене у односу на нормалну дистрибуцију, док вредност *Jarque-Bera*-овог тест јасно указује да треба одбацили нулту хипотезу да серије приноса тржишних индекса следе нормалну дистрибуцију и да треба прихватити алтернативну, која гласи да серије приноса тржишних индекса не следе нормалну дистрибуцију.

Када се овим резултатима додају резултати анализе ACF и PACF функције, као и резултате присуства ARCH ефекта, јасно се може закључити, поред тога што серије приноса индекса нису нормално дистрибуиране, нису ни IID дистрибуиране. Присуство аутокорелације забележено је код свих индекса, док ARCH ефекат није забележен само на тржишту капитала Словеније.

Изнети резултати јасна су импликација да се хипотеза H_1 , која гласи: **да карактеристике изабраних тржишта у настајању одступају од претпоставки класичних параметарских модела VaR**, може прихватити као валидна.

Валидност ове хипотезе имплицира да се параметарски VaR, базирани на премиси да приноси следе нормалну дистрибуцију не могу се поуздано користити на овим тржиштима. Приоцене ризика које они генеришу морају да буду предмет доданих тестирања и верификације. Другим речима, за ова тржишта треба да се користе комплекснији параметарски модели. Резултати тестирања валидности VCV500 и RM500 модела добра су потврда ових закључака, будући да модели ни на једном тржишту нису генерисали поуздане процене ризика у складу са Базелским стандардима. Чињеница да приноси нису IID дистрибуирани, такође упућују на опрез када се на овим тржиштима користе непараметарски модели. Слаби резултати HS500 модела потврда су овог закључка. Модел је на тржишту капитала Србије задовољио услов валидности ES модела у контексту Базел III стандарда, упркос чињеници да нису испуњене претпоставке на којима модел почива.

Резултати верификације резултата тестирања валидности VaR и ES модела указују да је HS500 модел постигао боље перформансе у односу на оба параметарска модела, VCV500 и RM500. Модел је успео да задовољи критеријум валидности модела ризика у контексту Базел III стандарда на тржишту капитала Србије, док оба параметарска модела нису успела ни на једном тржишту да задовоље тај критеријум. То јасно имплицира да хипотеза H2, која гласи да **на изабраним тржиштима класични непараметарски модели VaR дају боље процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста)**, може бити прихваћена као валидна.

Од класичних и широко примењиваних модела ризика, модел FHS постигао је најбоље резултате, и то како у погледу задовољења критеријума валидности у контексту Базел II стандарда, тако и у контексту Базел III стандарда. Критеријум безусловног покрића задовољио је на свим тржиштима, док критеријум условног покрића није задовољио само на тржишту капитала Хрватске. У контексту задовољења критеријума валидности модела ризика према Базел III стандарду, модел је био валидан на свим тржиштима, осим на тржишту капитала Словеније на коме није забележено постојање ARCH ефекта. Отуда, можда се оправдање за лош резултат на овом тржишту може наћи у тој чињеници. Овакви резултати валидности модела ризика јасно упућују на закључак да се хипотеза H3 која гласи да **полу-параметарски модели VaR генеришу супериорније процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста)**, може прихватити као валидна.

Прихватање хипотезе H3 као валидна индикација је да на овим и сличним тржиштима треба користити моделе који се заснивају на проценама условне волатилности, али и других ефеката, будући да модел није успео да задовољи један од постављених критеријума валидности на тржишту капитала Словеније.

Даље, резултати верификације резултата тестирања валидности VaR и ES модела пружају одговор на питање од којег се пошло у истраживању у дисертацији, тј. да ли је могуће развити модел VaR и ES који ће бити оптималан за сва тестирана тржишта у настајању и истовремено остварити боље перформансе у односу на широко примењиване класичне параметарске, непараметарске и полу-параметарске моделе ризика. Резултати верификације резултата тестирања валидности VaR и ES модела имплицирају да је могуће развити модел који ће генерисати супериорније процене ES у

односу на класичне, стандардне, параметарске, непараметарске и полу-параметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда. Овакав резултат имплицира да се хипотеза H4 која гласи да **употреба новог модела VaR заснованог на неуронским мрежама, који ће бити развијен у дисертацији, обезбедиће супериорније процене условног очекиваног губитка на изабраним тржиштима капитала у односу на класичне стандардне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда**, може се прихватити као валидна. Међутим, резултати истовремено показују да није могуће развити модел који је истовремено бити оптимална у смислу задовољења критеријума постављених Базел II стандардом и критеријума валидности дефинисаних Базел III стандардом, на свим тржиштима у настајању. Овакав закључак у складу је са ставовима различитих аутора према којима не постоји VaR и ES модел који је оптималан за сва тржишта у настајању, већ да се за свако мора развити адекватан модел.

ЗАКЉУЧАК

Концепт вредност при ризику сматра да је један од најзначајнијих напредака у последње три деценије на пољу управљања и мерења ризика којем су изложене банке. VaR је дефинисан као општа мера губитка која може настати у дефинисаном временском периоду за дату вероватноћу, под претпоставком да се портфолиом не управља током тог периода. Вујновић (2007) истиче да је концепт у релативно кратком временском периоду постао широко прихваћен инструмент за управљање ризицима зато што је једноставан за употребу и веома поуздан у односу на традиционалне мере и концепте ризика. Наравно, ова тврдња стоји под условом да су испуњени сви економетријски услови за његову примену.

Из горе наведених разлога Базелски комитет је, у оквру свог другог стандарда, прописао квантитативне и квалитативне услове под којим банке могу да користе интерне VaR моделе за мерење ризика којима су њихови портфолији изложени. Другим речима, банкама је дозвољено да процене VaR користе као основ за утврђивање нивоа адекватности капитала за покриће потенцијалних губитака. Тиме им је омогућено да ниво капиталне адекватности одреде према стварној изложености њихових портфолија тржишном ризику, а не према неком обавезном стандарду и пропису.

Међутим, економска криза из 2008. године открила је све недостатке концепта. Из тог разлога Базелски комитет је прописао употребу нове мере ризика тзв. условног очекиваног губитка (ES), као обавезну меру ризика. ES у основи представља просечну вредност VaR израчунату изнад одређеног прага вредности VaR, за дати ниво поверења и период посматрања. За разлику од VaR, ES испуњава све услове кохерентне мере ризика. Управо та карактеристика ES, као мере ризика, определила је Базелски комитет да је пропише у оквиру Базел III стандарда, као обавезну меру ризика.

Нажалост, оба концепта настала су имајући у виду само карактеристике развијених финансијских тржишта. Отуда, када се користе на овим тржиштима генеришу поуздане процене ризика којима су банке изложене у свом пословању. Међутим, за разлику од развијених тржишта, која се одликују дугом историјом трговања на берзи, као и чињеницом да се дистрибуција серије приноси активне са финансијских

тржишта одликује нормалношћу дистрибуције, односно да се кретање цена и приноса може описати моделом „случајног хода – *random walk*”, тржишта у настајању одликују се супротним карактеристикама. Серије цена и приноса финансијске активе одликују се временски променљивом и искошеном дистрибуцијом са значајно дебљим реповима у односу на расподелу која се предвиђа под претпоставком нормалности дистрибуције. Бројна емпиријска истраживања, Tokat и Wikas (2004); Dunis и Shanon (2005); Cheng et al. (2009); Zikovic, Atkan (2009); Nuti (2009), Zikovic (2014, 2015), Радивојевић, (2015), Rossignolo et al. (2012, 2013), Zikovic (2008, 2010), Diamandis et al. (2011), Şener, Baronyana и Mengütürk (2012), Rossignolo, Fethib и Shaban (2012, 2013), Cui et al. (2013), Louzis et al. (2014), Del Brio et al. (2014) и др. Радивојевић и сарадници (2016, 2017, 2018) и др. показују да серије приноса са ових тржишта нису независне случајне варијабле, које следе мартингали процес, већ међусобно значајно корелисане варијабле које показују снажну тенденцију груписања у кластере, при томе се разликују периоди велике и мале варијабилности. То значи да волатилност није константан током времена, већ да се мења. Из тих разлога поуздана примена концепта VaR и ES на тржиштима у настајању јесте упитна. Процене ризика се не смеју прихвати као валидне без претходне верификације резултата модела који се користе за тестирања валидности модела ризика.

У циљу откивања да ли карактеристике тржишта у настајању одступају од претпоставки класичних параметарских VaR модела у дисертацији извршена је анализа основних карактеристика дистрибуције приноса тржишних индекса са тржишта капитала Србије, Хрватске и Словеније, као изабраних представника тржишта у настајању. Резултати анализе дескриптивних статистика ових тржишта, као и анализа ACF и PACF функције, као и присуства ARCH ефекта, јасно указују да серије приноса индекса нису IID и нормално дистрибуиране. Вредност *Jarque-Bera*-овог теста, такође, потврђује чињеницу да серије приноса нису нормално дистрибуиране.

На основу ових резултата може се извести закључак да карактеристике ових тржишта у настајању нису компатибилне са основним претпоставкама класичних и широко коришћених, на развијеним тржиштима, параметарским VaR моделима.

Добијени резултати истовремено имплицирају да се хипотеза H_1 , која гласи да **карактеристике изабраних тржишта у настајању одступају од претпоставки класичних параметарских модела VaR**, може бити прихваћена као валидна.

У циљу добијања одговора на питање да ли је за ова тржишта адекватнија употреба, у контексту задовољења критеријума валидности модела ризика прописаних Базел III стандардом, параметарских или непараметарских VaR, односно ES модела, у

дисертацији је извршено тестирање валидности два параметарска VaR модела и једног непараметарског VaR модела. Тестирани модели су VCV500 и RM500, као представници параметарских модела ризика и HS500, као представника непараметарског модела ризика. Резултати теста безусловног и условног покрића указују да се ови модели ризика не могу поуздано користити за процену ризика коме су банке изложене на овим тржиштима, будући да нису задовољили оба критеријума на изабраним тржиштима. У контексту задовољења критеријума валидности модела ризика дефинисаних Базел III стандардом, непараметарски модел је остварио боље резултате. Стога се може закључити да су непараметарски модели адекватнији за процену ES у односу на параметарске моделе ризика на тржиштима у настајању. За тестирање валидности ES модела коришћен је Berkowitz-ев тест, док је валидација његових резултата начињена применом *Bootstrap* симулације. Добијени резултати *Bootstrap* симулације истовремено значе да се хипотеза H2, која гласи да на изабраним тржиштима класични непараметарски модели VaR дају боље прецене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста), може прихватити као валидна.

У циљу добијања одговара да ли полу-параметарски модели VaR и ES генеришу супериорније процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске и непараметарске VaR моделе у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста), у дисертацији је извршено тестирање валидности најпознатијег полу-параметарски модела ризика, филтрираног модела историјске симулације. Резултати тестирања, најпре валидности модела у контексту генерисања валидних процена VaR, које је спроведено применом теста безусловног и условног покрића и чији су резултати верификовани применом *Dufour Monte Carlo* тест процедуре, а затим и валидности модела у контексту генерисања валидних процена ES, показују значајну супериорност овог модела у односу на класичне параметарске и непараметарске моделе ризика. За тестирање валидности модела у контексту генерисања валидних процена ES коришћен је Berkowitz-ев теста, док су његови резултати верификовани применом *Bootstrap* симулације.

Добијени резултати истовремено имплицирају и прихватање хипотезе H3, која гласи да **полу-параметарски модели VaR генеришу супериорније процене условног очекиваног губитка (ES) у односу на класичне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда (Berkowitz-евог теста)**, као валидне.

Валидност модела који је развијен у дисертацији, такође, је била предмете верификације и испитвања. Модел је означен као EVT-MLP500, будући да се темељи на теорији екстремне вредности и примени неуронских мрежа. Модел је развијен имајући у виду карактеристике изабраних тржишта, а са циљем да буде оптимална за сва тржишта у настајању. Валидност модела тестирана је и у контексту Базел II и Базел III

стандарда. За потребе тестирања валидности у контексту Базел II стандарда коришћен је тест безусловног и условног покрића, док је верификација њихових резултата извршена применом *Dufour Monte Carlo* тест процедуре. Тестирање валидности модела у контексту задовољавања правила Базел III стандарда извршена је применом истог теста као и у случају претходно споменутих модела.

Резултати валидности модела у контексту Базел II стандарда показују да модел генерише супериорније процене у односу на класичне и широко коришћене параметарске и непараметарске моделе ризика и да на истом броју тржишта задовољава критеријуме валидности као полу-параметарски модел ризика. Са друге стране, резултати валидности модела у контексту Базел III стандарда показују да модел генерише супериорније процене ES у односу на све остале тестиране моделе у дисертацији.

Добијањем оваквог резултата истовремено значи да се хипотеза H4, која гласи **да ће употреба новог модела VaR заснованог на неуронским мрежама, који ће бити развијен у дисертацији, обезбедити супериорније процене условног очекиваног губитка на изабраним тржиштима капитала у односу на класичне стандардне параметарске и непараметарске моделе VaR у контексту Базел III стандарда, може се прихвати као валидна.**

На основу свега апострофираног може се изнети закључак да је тешко, а скоро и немогуће развити јединствени модел који ће бити оптималан за сва тржишта у настајању и то и у контексту Базел II и Базел III стандарда. С обзиром да је нови модел генерисао већи број прекорачења од прописаног од стране Базелског комитета, неопходно је даље радити на његовом усавршавању. Један од праваца у ком могу да иду будући истраживачи јесте укључивање ARMA-GARCH трансформисаних података у модел. Тиме би се отворила могућност да модел кооптира условне зависности и у приносима и у варијанси. Другим речима, применом ових модела оригинални историјски приноси би се трансформисали у IID приносе, што би омогућило да се кооптирају и аутокорелације и хетероскедастичности у серијама приноса.

ЛИТЕРАТУРА

- Abad, P., et al. (2014), A comprehensive review of Value at Risk methodologies, *Spanish Review of Financial Economics*, No. 12, pp. 15-32.
- Acerbi, C., Nordiod, C., Sirtori, C., (2008), “Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management” *Working Paper*.
- Acerbi, C., Tasche, D., (2002), “On the coherence of expected shortfall”, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26. pp. 1487-1503.
- Acerbi, C., Nordio C., Sirtori, C., (2001), “Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management”, Working Paper.
- Aczel, A., Sounderpandian, J., (2009), Complete Business Statistics, McGraw Hill, New York.
- Allen, M., (1994), “Building a Role Model”, *Risk*, No. 7, pp. 73-80.
- Alexander, C., (2008), *Market Risk Analysis: Volume I, Quantitative Methods in Finance*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Alexander, C., (2008), *Market Risk Analysis: Volume II, Practical Financial Econometrics*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Alexander, C., (2008), *Market Risk Analysis: Volume III, Pricing, Hedging and Trading Financial Instruments*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Alexander, C., (2008), *Market Risk Analysis: Volume IV, Value at Risk Models*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Alexander, C., (2000), *Risk Management and Analysis; Measuring and Modeling Financial Risk*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Alexander, G., Sharpe, W., (1989), *Fundamentals of Investments*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Ane, (2005), Do Power GARCH models really improve value-at-risk forecasts? *Journal of Economics and Finance*, Vol. 29, pp. 337–358.
- Arachchi, K., (2018), Comparison of Symmetric and Asymmetric GARCH Models: Application of Exchange Rate Volatility, *American Journal of Mathematics and Statistics* 2018, Vol. 8, No. 5, pp. 151-159.
- Bessis, J., (2002), *Risk Management In Banking*, John Wiley and Sons, Chichester.

- Alexander, C., (2005), “The present and future of financial risk management”, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 3, No. 1. pp. 3-25.
- Alexander, C., Leigh, C. T., (1997), “On the Covariance Matrices use in Value at Risk Models”, *Journal of Derivatives*, Vol. 3, No. 4, pp. 50-62.
- Aggarwal, R., Inclan, C., Leal, R., (1999), “Volatility in Emerging Stock Markets”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 34, No. 1, pp. 33-55.
- Amihud, Y., Mendelson, N., (1986), “Liquidity and Stock Returns”, *Financial Analysts Journal*, Vol. 42, No. 3, pp. 43-48.
- Ammann, M., Reich, C., (2001), “VaR for nonlinear Financial Instruments – Linear Approximation or full Monte Carlo?”, *Working Paper*.
- Andriosopoulos, K., Nomikos, N., (2011), “Risk management in the energy markets and Value at Risk modelling: a Hybrid approach”, *Working Paper*.
- Angelidis, T., Benos, A., Degiannakis, S., (2004), “The Use of GARCH Models in VaR Estimation”, *Statistical Methodology*, Vol. 1, No. 2, pp. 105-128.
- Andjelic, G., et al. (2010), “Application of VaR in emerging markets: A case of selected Central and Eastern European Countries”, *African Journal of Business Management*, Vol. 4, No. 17, pp. 3666-3680.
- Araghchi, K., (2018), Comparison of Symmetric and Asymmetric GARCH Models: Application of Exchange Rate Volatility, *American Journal of Mathematics and Statistics* 2018, Vol. 8, No. 5, pp. 151-159.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., Heath, D., (1997), “Thinking Correctly”, *Risk*, Vol. 10, No. 11, pp. 68-71.
- Artzner, P., F. Delbaen, J. Elber and D. Heath (1999), “Coherent measures of risk”, *Mathematical Finance*, No. 9, pp. 203-228.
- Aggarwal, R., Inclan, C., Leal, R., (1999), “Volatility in Emerging Stock Markets”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 34, No. 1, pp. 33-55.
- Andersen, T., Bollerslev, F., Diebold, P. Labys (2003). „Modeling and forecasting realized volatility.” *Econometrica*, Vol. 71, No. 2, pp. 579-625.
- Angelidis, T., Benos, A., Degiannakis, S., (2004), “The Use of GARCH Models in VaR Estimation”, *Statistical Methodology*, Vol. 1, No. 2, pp. 105 – 128.
- Angelidis, T. and A. Benos, (2008). “Value-at-Risk for Greek stocks”, *Multinational Finance Journal*, Vol. 12, No. 1/2, pp. 67-105.

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D., (1997), “Thinking Correctly”, *Risk*, Vol. 10, No. 11, pp. 68-71.
- Artzner, P., F. Delbaen, J. Elber and D. Heath (1999), “Coherent measures of risk”, *Mathematical Finance*, No. 9, pp. 203-228.
- Babu, G.J., Singh, K. (1983). “Inference on means using the bootstrap”, *Annals of Statistics*, Vol.11, pp. 993-1003.
- Balaban, E Bayar, A., Faff, R., (2004), “Forecasting Stock Market Volatility: Further International Evidence”, *Working paper*.
- Balkema, A. A., de Haan, L., (1974), “Residual lifetime at great age”, *Annals of Probability*, Vol. 2, pp. 792–804.
- Bams, D., Wielhouwer, J., (2005), “An evaluation framework for alternative VaR-models” *Journal of International Money and Finance*, Vol. 24, No. 6, pp. 994-958.
- Bams, D., Wielhouwer, J., (2001), “Empirical Issues in Value at Risk Estimation: Time varying Volatility, Fat tails and Parameter Uncertainty”, *Astin Bulletin*, Vol. 31, No. 2. pp. 299-316
- Bams, D., Otten, R., (2007), “The Performance of Local versus Foreign Mutual Fund Managers”, *European Financial Management*, Vol. 13, No. 4, pp. 702-720.
- Bams, D., K. Walkowiak.,Wolff, C.P., (2004), “More Evidence on the Dollar Risk Premium in the Foreign Exchange market”, *Journal of International Money and Finance*, Vol. 23, No. 2 , pp. 271 – 282.
- Barry, C. B., Peavy, J. W., Rodriguez, M., (1998), “Performance Characteristics of Emerging Capital Markets”, *Financial Analysts Journal*, Vol. 54. No. 2, pp. 72-80.
- Barry C. B., Rodriguez, M., (2004),”Risk and Return Characteristics of Property Indices in Emerging Markets”, *Emerging Markets Review*, Vol. 5, No. 2, 131-159.4
- Barone-Adesi, G. and K. Giannopoulos (2001). Non-parametric VaR techniques. Myths and realities. *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena Spa* 30, pp. 167-181.
- Barndorff-Nielsen, O. E., Shephard, N., (2003), “Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps”, *Working paper*, Oxford University.
- Basel Committee of Banking Supervision. (2014), *Fundamental Review of the Trading Book: Outstanding Issues*. Technical Report.
- Basel Committee on Banking Supervision, (1996), *Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risk*, Report, No. 24, BIS, Basel, pp. 48-56.

- Basel Committee on Banking Supervision, (2004), *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards - A revised framework*, BIS, pp. 1-322.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2004), *Bank failures in Mature Economies, Working Paper*, No. 13, BIS, pp. 1-66.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2002), *Quantitative Impact Study 3, Technical Document*, BIS, pp. 1-164.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2006), *Bank for international Settlements*.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2005), “Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks International”, *Technical Document*, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2004), “International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards - A revised framework”, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2004), “Bank failures in Mature Economies”, *Working Paper*, No. 13, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2003), “Overview of The New Basel Capital Accord”, *Consultative Document*, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2003), “Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk” *Technical Document*, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2002), “Quantitative Impact Study 3”, *Technical Document*, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (1996), “Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risk”, *Report*, No. 24, BIS, Basel.
- Basel Committee of Banking Supervision, (1996), “Supervisory Framework for the use of “Backtesting” in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements”, *Technical Document*, BIS, Basel.
- Basel Committee on Banking Supervision, (1995), “An Disclosure of the Trading and Derivatives Activities of Banks and Securities Firms”, *Technical Document*, BIS, Basel.
- Basel Committee On Banking Supervision, (1988), “International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards”, *Technical Document*, BIS, Basel.
- Bee, M. (2012). “Dynamic value-at-risk models and the peaks-over-threshold method for market risk measurement: an empirical investigation during a financial crisis”, *Journal of Risk Model Validation*, 2 (2); 3–45.
- Beder, T.S., (1995), “VaR: Seductive but dangerous”, *Financial Analysts Journal*, Vol. 51, No. 5, pp. 12-24

- Bekaert, G., Harvey, C. R., Lundblad, C., Siegel, S., (2007), “Global growth opportunities and market integration”, *Journal of Finance*, Vol. 62, No. 3, pp. 1081-1137
- Bekaert, G., Harvey, C. R., Ng, A., (2005), “Market integration and contagion”, *Journal of Business*, Vol. 78, No. 1, pp. 39-69.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., (2003), “Emerging market finance”, *Journal of Empirical Finance*, Vol.10, No. 1-2, pp. 3-55.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., Lumsdaine, R. L., (2002), “The dynamics of emerging market equity flows”, *Journal of International Money and Finance*, Vol. 21, No. 3, pp. 295-350
- Bekaert, G., Harvey, C. R., (1997), “Emerging equity market volatility”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 43, No.1, pp. 29-77.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., (2005), *Capital Markets: An Engine for Economic Growth*, Catalyst Monograph Series, Catalyst Institute.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., (1995), “Time-varying world market integration”, *Journal of Finance*, Vol. 50, No. 2, pp. 403-444.
- Best, P., (1999), *Implementing Value at Risk*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Berkowitz, J., Christoffersen, P., Pelletier, D., (2007), Evaluating Value-at-Risk Models with Desk-Level Data, *Manuscript*, North Carolina State University.
- Berkowitz, J., Christoffersen, P., Pelletier, D., (2005), “Evaluating Value at Risk Models with Desk-Level Data”, Fourth Joint Central Bank Research Conference on 9 Nov. 2005, European Central Bank, *Research Paper*, Preliminary Version.
- Berkowitz, J., O'Brien, J., (2002), “How Accurate Are Value at Risk“, *Journal of Finance*, Vol. 57, No. 3, pp. 1093-1111.
- Blanco, C., Ihle, G., (1998), “How good is your VaR? Using backtesting to assess system performance”, *Financial Engineering News*, August.
- Bodie, Z., Kane, A., (2005), *Investments*, sixth edition, McGraw Hill, Irwin.
- Bollerslev, T., (1986), “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, Vol. 31, No. 3, pp. 307-327.
- Bontemps, C., (2006), Moment-based tests for discrete distributions, Working Paper.
- Bontemps, C., Meddahi, N., (2005), ”Testing normality: A GMM approach”, *Journal of Econometrics*, No. 124, pp. 149–186.
- Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw F. R., (1998), “The Best of Both Worlds: A hybrid Approach to Calculating Value at Risk”, *Risk*, Vol.11, No 5, pp. 64-67.

- Bradfield, J., (2007), *Introduction to the Economics of Financial Markets*, Oxford University Press, Oxford.
- Briel, L., et. al. (2018), Back-testing of Expected Shortfall: Main challenges and methodologies, Working paper, Global Research & Analytics.
- Brealey, R., Myers, S., (2003), *Financing and Risk Management*, McGraw Hill, New York.
- Campbell, S., (2007), “A Review of Backtesting and Backtesting Procedures”, *Journal of Risk*, Vol. 9, No. 2, pp. 1-17.
- Candelon, B., G. Colletaz, Hurlin, C., Tokpavi., S., (2011), ”Backtesting Value-at-Risk: A GMM Duration-based Test”, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 9, No. 2, pp. 314 – 343.
- Breuer, H., P. Petruccione, F., (2002), *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford University Press, Oxford.
- Chang, C. L., et al. (2012), Modelling Long Memory Volatility in Agricultural Commodity Futures Returns, Working paper.
- Chapman, R., (2006), *Simple tools, techniques for enterprise risk management*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Cheung, H., Powell, R., (2012), “Anybody can do Value at Risk: A Nonparametric Teaching Study”, *Australasian Accounting Business and Finance Journal*, Vol. 6, No. 1, pp. 111-123.
- Christoffersen, P., (2008), Backtesting, Working Paper, Desautels Faculty of Management, McGill University.
- Christoffersen, P., (2003), *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press, London.
- Christoffersen, P., and S., Goncalves, (2005), “Estimation Risk in Financial Risk Management”, *Journal of Risk*, Vol. 7, No. 3, pp. 1-28.
- Christoffersen, P., Pelletier, D., (2004), “Backtesting Value at Risk: A Duration-Based Approach”, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 2, No. 1, pp. 84-10
- Christoffersen, P., Jacobs, K., (2004), “Which GARCH Model for Option Valuation?”, *Management Science*, Vol. 50, No. 9, pp. 1204-1221.
- Christoffersen, P.F. (2011), *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press, San Diego.
- Christoffersen, P., Jacobs, K., Mimouni, K., (2006), “An Empirical Comparison of Affine and Non-Affine Models of Equity Index Options”, *Working Paper*, McGill University.

- Christoffersen, P., Hahn J., Inoue A., (2001), "Testing and Comparing Value-at-Risk Measures", *Journal of Empirical Finance*, Vol. 8, No. 3, pp. 325-342.
- Christoffersen, P., Jacobs, K., Mimouni, K., (2006), "An Empirical Comparison of Affine and Non-Affine Models of Equity Index Options", *Working Paper*, McGill University
- Christoffersen, P., (2008), "Backtesting", *Working Paper*, Desautels Faculty of Management, McGill University.
- Christoffersen, P., (1998), "Evaluating Interval Forecasts", *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp. 841-862.
- Cochrane, J. H., (2018), *A Brief Parable of Over-Differencing*, University of Chicago, Chicago.
- Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., Laloe, F., (1992), *Quantum Mechanics*, Wiley-VCH, Berlin.
- Crnkovic, C., Drachman, J., (1997), "*Quality Control in VaR: Understanding and Applying Value-at-Risk*", London, Risk Publications.
- Цветиновић, М., (2008), *Управљање ризицима у финансијском пословању*, Сингидунум, Београд.
- Cui, X., Zhu, S., Sun, X. and Li, D. (2013), "Nonlinear portfolio selection using approximate parametric Value-at-Risk", *Journal of Banking & Finance* 37; 2124–2139.
- Dailami, M., Atkin, M., (1990), *Stock Markets in Developing Countries*, Country Economics Department - The World Bank and Economics Department - International Finance Corporation, Working Paper 515.
- Danielsson, J., (2000), "The emperor has no clothes: Limits to risk modeling", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, No. 7, 1273-129.
- Danielsson, J. and de Vries, C. (2000), "Value-at-Risk and Extreme Returns", *Annales d'Economie et de Statistique*, No. 60, pp. 239-270.
- Da Silva, L.C.A. & de Melo Mendez, B.V. (2003), "Value-at-Risk and Extreme Returns in Asian Stock Markets", *International Journal of Business*, Vol. 8, No. 1, pp. 17-40.
- Del Brio, E. B., Mora-Valencia, A. and Javier, P. (2014), "VaR performance during the subprime and sovereign debt crises: An application to emerging markets", *Emerging Markets Review* 20; 23–41.
- Diamandis, F.P., Anastassios A., Kouretas, G. P. and Zarangas, L. (2011), "Value at Risk for long and short trading positions: Evidence from developed and emerging equity markets", *International Review of Financial Analysis* 20; 165-176.

- Dufour, J.M. (2006), "Monte Carlo Tests with Nuisance Parameters: A General Approach to Finite-Sample Inference and Nonstandard Asymptotics in Econometrics", *Journal of Econometrics*, No. 133, 443-477.
- Dunis, C., et al. (2008), Modelling Commodity Value at Risk with Higher Order Neural Networks, Working paper.
- Dunis, C. L. Shanon, G., (2005), "Emerging markets of South-East and Central Asia: Do they still offer a diversification benefit?", *Journal of Asset Management*, Vol. 6, No. 3, pp. 168-90.
- Dowd, K., (1998), *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Dowd, K., (2002), *Measuring market risk*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Драговић, Б., Јоксимовић, Д., (2007), "О могућностима примене п-адичне анализе у економетрији", *Мегатренд ревија*, Вол. 4, бр. 2, стр. 5-16.
- Драговић, Б., Д. Јоксимовић, Ј. Велимировић, (2008), "Linear Fractional Time Series", Proceedings of the 5th Mathematical Physics Meeting - Summer School of Modern Mathematical Physics, Institute of Physics, Belgrade, July 06-17, 2008.
- Драговић, Б. Јоксимовић, Д., Велимировић, Ј., (2008), "Linear Fractional Modeling of Time Series", Proceedings of the International Conference of Econophysics, New economics and Complexity (ENEC 2008), May 14-16, 2008, Bucharest, Romania.
- Elton, J., Gruber, J., (1995), *Modern Portfolio Theory and Investments Analysis*, fifth edition, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Emmer, S., Kratz, M., Tasche, D., (2013), "What is the best risk measure in practice? A comparison of standard measures", *Journal of Risk*, Vol. 18, No. 2, pp. 31–60.
- Engle, R., (2001), "GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, No. 4, pp.157–168.
- Engle, R.F. and Manganelli, S. (2004). "CaViaR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles", *Journal of Business & Economic Statistics*, No. 22; 367–381.
- Gabrielsen, A., et. al. (2012), "Forecasting Value-at-Risk with Time-Varying Variance, Skewness and Kurtosis in an Exponential Weighted Moving Average Framework", Working paper.
- Gaye Gencer, H., Demiralay, S., (2015), "Volatility Modeling and Value-at-Risk (VaR) Forecasting of Emerging Stock Markets in the Presence of Long Memory, Asymmetry and Skewed Heavy Tails", *Emerging Markets Finance and Trade*, pp. 1-19.

- Garman, M. B., Klass, M. J., (1980), “On the estimation of security price volatilities from historical data”, *Journal of Business*, Vol. 53, No. 1, pp. 67-78.
- Ghosh, S., Resnick, S., (2010), “A discussion on mean excess plots”, *Stochastic Processes and their Applications*, No. 120, pp. 1492-1517.
- Giannopoulos, K., Tunaru, K. R., (2005), “Coherent risk measures under filtered historical simulation”, *Journal of Banking & Finance*, No. 29, pp. 979–996.
- Gibson, M. S., Pritsker, M., (2001), “Improving grid-based methods for estimating value at risk of fixed-income portfolios”, *Journal of Risk*, Vol. 3, No. 2. pp. 65-89.
- Gillet, R., Hubner, G., Plunus, S., (2010), “Operational risk and reputation in the financial industry”, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 34, pp. 224-235.
- Gencay, R., Selcuk, F., (2004), “Extreme Value Theory and Value at Risk: Relative Performance in Emerging Markets”, *International Journal of Forecasting*, Vol. 20, pp. 287-303.
- Gencay, R., Selcuk, F., Ulugulyagci, A., (2003), “High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimations”, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 33, No. 3, pp. 337-356.
- Glasserman, P. et al. (2020), Efficient Monte Carlo methods for value-at-risk, Working paper.
- Gnedenko B. V., (1943), “On the limit distribution for the maximum term in a random series”, *Annals of Mathematics*, Vol. 44, pp. 423–53.
- Goetzmann W., Jorion, P., (1999), “ Re-Emerging Markets”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 34, No. 1. pp. 1-32.
- Gradojevic, N., Yang, J. (2000), The Application of Artificial Neural Networks to Exchange Rate Forecasting: The Role of Market Microstructure Variables, Bank of Canada Working Paper 2000-23.
- Guermat, C, Gregory, A, Al-Shawawreh, F., (2010), “UK IPOs: Long Run Returns, Behavioural Timing and Pseudo Timing”, *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol.37, No. 5-6, 612-647.
- Guermat C., Harris D. F. R., (2002), “Forecasting value at risk allowing for time variation in the variance and kurtosis of portfolio returns”, *International Journal of Forecasting*, Vol. 18, No. 3. pp. 409-419.

- Gencay, R., Selcuk, F., Ulugulyagci, A., (2003), "High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimations", *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 33, No. 3, pp. 337-356.
- Fabozzi, F. J., Martellini, L., Priaulet, P., (2006), *Advanced Bond Portfolio Management*, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Fama, E., French, K., (1993), "The Common Risk β Factors in the Returns of Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics*, Vol. 33, pp. 3-56.
- Fama, E., French, K., (1992), "The Cross-Section of Expected Stock Return", *Journal of Finance*, Vol. 47, No. 2, pp. 427-465.
- Fama, E., (1970), "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", *The Journal of Finance*, No. 25, pp. 383-417.
- Fama, E., French, K., (1968), "The Risk, Return and Equilibrium – Some Clarifying Comments", *Journal of Finance*, Vol. 23, No. 1, pp. 29-49.
- Figlewski, S., (1997), "Forecasting volatility", *Financial Markets, Institutions and Instruments*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-88.
- Филиповић, Л., (2017), Примена концепта вредности при ризику на тржиштима у настајању у контексту базелских стандарда, Докторска дисертација, *Факултет за економију и инжењерски менаџмент у новом саду* Универзитет привредна академија у Новом Саду.
- Филиповска, О., (2011), "Значај и третман оперативних ризика у банкарском менаџменту", *Банкарство*, бр. 5-6, стр. 62-67.
- Finger, C., (2006), "Testing RiskMetrics volatility forecasts on emerging markets data", *RiskMetrics Monitor*, pp. 3-19.
- Fishburn, P., (1977), "Mean risk analysis with risk associated with below target returns", *American Economic Review*, No. 67, Vol. 2, pp. 116-126.
- Floros, C., (2009), "Modelling Volatility Using High, Low, Open and Closing Prices: Evidence from Four S&P Indices", *International Research Journal of Finance and Economics*, No. 29, pp. 198-206.
- Giannopoulos, K. and R. Tunaru (2005). "Coherent risk measures under filtered historical simulation", *Journal of Banking & Finance*, No. 29, pp. 979-996.
- Frenkel, M., Hommel, U., Rudolf, M., (2005), *Risk Management: Challenge and Opportunity*, Springer-Verlag, Berlin.
- Hanggi, G.L., (2005), Fundamental aspects of quantum Brownian motion, Working paper.

- Harmantzis, F. C., Miao L., Chien Y., (2006) ,“Empirical study of value-at-risk and expected shortfall model with heavy tails”, *Journal of Risk Finance*, Vol. 7, No. 2, pp. 117-135.
- Harvey, C. R., (1995), Predictable risks and returns in emerging markets, *The Review of Financial Studies*, No. 8, pp. 773-816;
- Hassan, M. K., Haque M., Lawrence S. B., (2006), “An Empirical Analysis of Emerging Stock Markets of Europe”, *Quarterly Journal of Business and Economics*, Vol. 45, No. 1-2, pp. 31-52.
- Haugen, R., (2001), *Modern Investment Theory*, fourth edition, Prentice Hall International.
- Hull, J., (2002), *Fundamentals of futures and options markets*, 4th edition, Prentice Hall, New Jersey.
- Hunt, J. P., Kennedy, E. J., (2000), *Financial Derivatives In Theory And Practice*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Hendricks, D., (1996), “Evaluation of value-at-risk models using historical data”, *Economic Policy Review*, Federal Reserve Bank of New York, April, pp. 39-69
- Holton, G. (1998). Simulating value-at-risk. *Risk* 11 (May), 60–63.
- Hossain, Z., et al., (2019), “Over-Differencing and Forecasting with Non-Stationary Time Series Dana”, *Dhaka Univ. J. Sci.* Vol, 67, No. 1, pp. 21-26.
- Hull, J., A. White, (1998), “Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk”, *Journal of Risk*, Vol. 1, No. 1, pp. 5-19.
- Jackson, C., (2003), *Active Investment Management: Finding and Harnessing Investment Skill*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Jamshidian, F., Zhu, Y., (1997), “Scenario Simulation Model: Theory and Methodology”, *Finance and Stochastics*, Vol. 4, No. 1, pp. 43-67.
- Jiménez, A., Arunachalam, V., (2011), “Using Tukey's g and h family of distributions to calculate value-at-risk and conditional value-at-risk”, *Journal of Risk*, Vol. 13, No.
- Јоксимовић Д, Јовановић, В., Становјевић, Љ., (2004), „Неуронске мреже и географски информациони системи”, *Мегатренд ревија*, Вол. 1, бр. 1, стр. 183-192.
- Jorion, P., (1985), “International Portfolio Diversification with Estimation Risk”, *Journal of Business*, Vol. 58, No. 3, pp. 259 – 278.
- Jorion, P., (2007), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 3th edition, McGraw Hill, New York.

- Jorion, P., (2006), *Financial Risk Manager Handbook*, 3th edition, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Jorion, P., (2001), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd edition, McGraw Hill, New York.
- Jorion, P., (1985), “International Portfolio Diversification with Estimation Risk”, *Journal of Business*, Vol.58, No.3, pp. 259-278.
- Kai, L., Sarkar A., Wang, Z., (2003), “Diversification benefits of emerging markets subject to portfolio constraints”, *Journal of Empirical Finance*, No. 10. pp. 57– 80.
- Keeney, R., Nau, R., (2011), “A theorem for Bayesian group decisions“, *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 43, No. 1, pp. 1-17.
- Kellner R., Rösch, D., (2016), ”Quantifying market risk with Value-at-Risk or Expected Shortfall? – Consequences for capital requirements and model risk”, *Journal of Economic Dynamics and Control* 68: 45-63.
- Kedar, B. Z., (1970), “Again: Arabic Risq, Medieval Latin Riscum”, *Studi Medievali*, Centro Italiano Di Studi Sull Alto Medioevo, Spoleto.
- Khashei, M., Bijari, M. (2010), ”An artificial neural network (p, d, q) model for time series forecasting”, *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, No. 1, pp. 479 - 489.
- Knezevic, M., (2013), ”Operational risks: Challenges for Banking industry”, *EA*, Vol. 46, No. 1-2, pp. 40-52.
- Kupiec, P., O’Brien, J. M., (1995), “The Use of Bank Measurement Models for Regulatory Capital Purposes,” *FEDS Working Paper*.
- Kupiec, P., (1995), “Techniques for verifying the approach of risk measurement models”, *Journal of Derivatives*, Vol. 2, No. 4, pp. 73-84.
- Kupiec, P., O’Brien, J. M., (1995), “The Use of Bank Measurement Models for Regulatory Capital Purposes,” *FEDS Working Paper*, No. 95- 11.
- Kutu, A.A. and Ngalawa, H. (2017), ”Modeling Exchange Rate Volatility and Global Shocks in South Africa”, *ACTA Universitatis Danubius*, pp. 13-3.
- Koedijk, K. G., Schafgans, M., de Vries, C. (1990). “The Tail Index of Exchange Rate Returns”, *Journal of International Economics*, No. 29, pp. 93-108.
- Kondor, I., Varga, H., (2008), “Divergent estimation error in portfolio optimization and in linear regression”, *Europe Physical Journal*, No. 64, pp. 601-605.

- Korsakienė, R., Smaliukienė, R., (2010), "Time-Varying Volatility Modelling of Baltic Stock Markets", *Journal of Business Economics and Management*, Vol.11, No.3, pp. 511–532.
- Kreinin, A., et al. (1998), "Measuring Portfolio Risk Using Quasi Monte Carlo Methods", *Algo Research Quarterly*, Vol. 1, No. 1, pp. 17-26.
- Kwok, K., Zheng, W., (2010), *Saddlepoint Approximation Methods in Financial Engineering*, Springer, Berlin.
- Латковић, М., (2002), "Управљање ризицима: идентификација, мерење и контрола, Финансијска теорија и пракса, бр. 26, Институт за финансије, Загреб, стр. 463-477.
- Lavy, R. A., (1978), "Stocks, Bonds, Bills, and Inflation over 52 Years", *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 4, No. 4, pp. 18-19.
- Laloux L., P. Cizeau, J.-P. Bouchaud, M. Potters (1999). *Noise Dressing of Financial Correlation Matrices*, Physical Review Letters, No. 83, 1467–1471.
- Lee and Saltoglu (2001), "Evaluating Predictive Performance of Value at Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check", *Working paper*.
- Leavens, H., Dickson, H., (1945), "Diversification of investments", *Trusts and Estates*, Vol. 80, No.5, pp. 469-473.
- Lehar, A., Scheicher, M., Schittenkopf, C., (2002), "GARCH vs. stochastic volatility: Option pricing and risk management", *Journal of Banking & Finance*, No. 26, pp. 323-345.
- Levy, G., (2004), *Computational Finance: Numerical Methods for Pricing Financial Instruments*, Butterworth-Heinemann Elsevier, Oxford.
- Lewis E., (1973), *Methods of Statistical analysis in Economics and Business*, Houghton Mifflin Company, Boston.
- Liesenfeld, R., Jung, R. (1997). "Stochastic volatility models: conditional normality versus heavy-tailed distributions." Work paper.
- Liesenfeld, R., Richard, J., (2003). "Univariate and multivariate stochastic volatility models: estimation and diagnostics", *Journal of empirical finance*, Vol. 10 No. 4, pp. 505-531.
- Lintner., J., (1965), "Security prices, risk and maximal gains from diversification", *Journal of Finance*, Vol. 20, No. pp. 587-616
- Lopez, J., (1999), "Regulatory evaluation of value at risk models", *Journal of Risk*, Vol. 1, pp. 37-64.

- Lopez, J., (1998) , “Methods for evaluating value at risk estimates”, *FRBSF Economic Review*, No. 2, October, pp. 1-15.
- Lopes, J., (2008), “What is Liquidity Risk?”, *FRBSF Economic Letter*, October 24.
- Lopez, J., (1997), “Regulatory Evaluation of Value at Risk Models”, *Research paper*, No. 9710, Federal Reserve Bank of New York.
- Lowry, M., Officer, M., Schwert, W., (2010), “The variability of ipo initial returns”, *Journal of Finance*, Vol. 65, No. 2, pp. 425-465.
- Longin, F. M. (1996). “The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns. *Journal of Business*, No. 69, pp. 383-408.
- Lopez, J.A., 1995. “Evaluating the Predictive Accuracy of Volatility Models,” *Research Paper*, No. 9524, Federal Reserve Bank of New York.
- Lopez, J., (1997), “Regulatory Evaluation of Value at Risk Models”, *Research paper*, No. 9710, Federal Reserve Bank of New York.
- Loretan, M., Phillips, P. (1994). “Testing the covariance stationarity of heavy-tailed time series”, *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1, No. 2, pp. 211-248.
- Lowry, M., Officer, M., Schwert, W., (2010), “The variability of ipo initial returns”, *Journal of Finance*, Vol. 65, No.2, pp. 425-465.
- Louzis, P.D., Xanthopoulos-Sisinis, S. and Refenes, A.P. (2014). “Realized volatility models and alternative Value-at-Risk prediction strategies”, *Economic Modelling*, No. 40, pp. 101-116.
- Louzis, P.D., Xanthopoulos-Sisinis, S. and Refenes, A.P. (2012). “Stock index realized volatility forecasting in the presence of heterogeneous leverage effects and long range dependence in the volatility of realized volatility”, *Appl. Econ.* 44; 3533–3550.
- Lucas, A. (2000). “A note on optimal estimation from a risk management perspective under possibly misspecified tail behavior”, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 18, No. 1, pp. 31-39.
- Lugannani and S. Rice. Saddle point approximation for the distribution of the sum of independent random variables. *Advances in Applied Probability*, pages 475–490, 1980.
- Malecka, M. (2014). “Duration-Based Approach to VaR Independence Backtesting”, *Statistics in Transition*, 15 (4); 627–636.
- Mandelbrot, B., (1963), “The Variation of Certain Speculative Prices”, *Journal of Business*, Vol. 36, No. 4, pp. 394–419.

- Markowitz, H., (1991), "Foundations of Portfolio Theory", *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 2, pp. 32-71
- Markowitz, H., (1990), "Normative Portfolio Analysis: Past, Present and Future", *Journal of Economics and Business*, Vol.42, No.2, pp. 341-347.
- Martin, R., (2014), "Expectiles behave as expected", *Risk*, June, pp. 79-83.
- Marquardt, D. (1963). "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters", *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics* Vol. 11, No. 2, pp. 431- 441.
- Markowitz, H., (1952), "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91.
- Marshall, C., Siegel M., (1997), "Value-at-Risk: Implementing a risk measurement", *Journal of Derivatives*, Vol. 4, No.1, pp. 91-111.
- Матић, В., (2012), "Базел III – Међународни оквир за мерење изложености ризику ликвидности", *Банкарство*, бр. 5, стр. 126-130.
- Матић, В., (2012), "Базел III – Међународни оквир за мерење изложености ризику ликвидности", *Банкарство*, бр. 3, стр. 128-133.
- Матић, В., (2010), "Базел II – Оперативни ризик", *Банкарство*, бр. 3-4, стр. 162-167.
- Матић, В., (2009), "Базел II – Стандардизовани приступ кредитном ризику", *Банкарство*, Бр. 9-10, стр. 124-129.
- Матић, В., (2009), "Базел III – Међународни оквир за мерење изложености ризику ликвидности", *Банкарство*, бр. 3, 120-128.
- Матић, В., (2009), "Репутациони ризик", *Банкарство*, бр. 1-2, стр. 104-108.
- Матић, В., (2008), "Оперативни ризик", *Банкарство*, бр. 7-8, стр. 74-77.
- Матић, В., (2008), "Ризик ликвидности", *Банкарство*, бр. 5-6, стр. 76-77.
- McAleer, M. (2009), "The ten commandments for optimizing value-at-risk and daily capital charges", *Journal of Economic Surveys*, Vol. 23, No. 5, pp. 831- 849.
- McNeil, A. J., Frey, R. (2000). "Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic Financial time series: an extreme value approach", *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7. No. 3-4, pp. 271-300.
- McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. (2005), *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Princeton University Press, Princeton.
- McLeish, D., (2004), Monte Carlo in Finance, *Working paper*.
- Mladenović, Z., Mladenović, P., (2007), "Ocena parametara vrednosti pri riziku: Ekonometrijska analiza i pristup teorije ekstremnih vrednosti", *Ekonomski anali*, br. 171. str. 32-73.

- Meng, X., et. al (2015), "Quantum spatial-periodic harmonic model for daily price-limited stock markets, *Physica A*, No. 438, pp. 154–160.
- Merna, T., Thani, F., (2005), *Corporate Risk Management*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Merton, R.C., (1980), "On estimating the expected return on the market: an exploratory investigation," *Journal of Financial Economics*, Vol. 8, pp. 323–361.
- Mills, C. T., Markellos, N. R., (2008), "The Econometric Modelling of Financial Time Series", 3th edition, Cambridge University Press, Cambridge.
- Младеновић, З, Петровић, П., (2003), Увод у економетрију, Економски факултет у Београду, Београд.
- Младеновић, З., (2010), Увод у економетрију, Економски факултет у Београду, Београд.
- Милојковић, Д., (2014), Управљање ризицима портфолија хартија од вредности применом савремене портфолио теорије, Магистарска теза, Економски факултет у Крагујевцу, Крагујевац.
- Милојковић, Д., (2014), Управљање ризицима портфолија хартија од вредности применом савремене портфолио теорије, Магистарска теза, Економски факултет у Крагујевцу, Крагујевац
- Миловановић, Г., Јоксимовић, Д., (2014), „On a connection between some trigonometric quadrature rules and Gauss-Radau formulas with respect to the Chebyshev weight”, *Bull. Cl. Sci. Math. Nat. Sci. Math.* 39 pp. 67 – 74.
- Милојковић, Д., (2019), "Тестирање апликативности VaR модела на тржиштима у настајању у време економске кризе", *Докторски дисертација*, Факултет за пословне студије, Универзитет Мегатренд, Београд.
- Moosa, I. A., Bollen, B., (2000), "A Benchmark for Measuring Bias in Estimated Daily Value at Risk", *Working Paper*, La Trobe University.
- Moskowitz, B., Cafisch, E. R., (1995), "Smoothness and dimension reduction in quasy Monte Carlo methos", *Working Paper*, UCLA Department of Mathematics.
- Neftci, S. N. (2000). "Value at risk calculations, extreme events, and tail estimation", *Journal of Derivatives*, pp. 23-37.
- Nelson D. (1992). „Filtering and Forecasting with Misspecified ARCH Models: Getting the Right Variance with the Wrong Model", *Journal of Econometrics*, No. 52, 61–90.

- Nieto, R, M and Ruiz, E., (2008), Measuring financial risk: comparison of alternative procedures to estimate VaR and ES, Working Paper 08-73, Statistics and Econometrics Series 26.
- Novaković, S., (2013), *Solving Machine Learning Classification Problems, Business Process Reengineering*, Fakultet tehničkih nauka u Čačku Univerzitet u Kragujevcu.
- Nuti, M.D. (2009), "The impact of the global crisis on transition economies", *Economic Annals*, Vol. 54, No. 181, pp. 7-20.
- Neftci, S., (2000), "Value at risk calculations, extreme events, and tail estimation, *Journal of Derivatives*, No. 7, pp. 23-38.
- Ollson, C., (2002), *Risk management in emerging markets*, Prentice Hall, International.
- Oppomng, O., et al, (2016), "Value at risk: historical simulation or monte carlo simulation", International Conference On Management, Communication and Technology (ICMCT), pp. 45-51.
- Owen, A. B., Tavella A. D., (1996), *Scrambled nets for value at risk calculations*, Mimeo, Stanford University.
- Parkinson, M., (1980), "The extreme value method for estimating the variance of the rate of return", *Journal of Business*, Vol. 53, pp. 61-65.
- Paskov, S., Traub, J., (1995), "Faster valuation of financial derivatives", *Journal of Portfolio Management*, No. 22, pp. 113-120.
- Patel, J. B. (2003), "Inter-Temporal Relationship Between the U.S. Stock Market and the Emerging Markets of Asia", *Journal of Business and Economics Research*, Vol. 1. No.10, pp. 1-6.
- Pattarathammas, S., et al., (2008), "Value at Risk and Expected Shortfall under Extreme Value Theory Framework: An Empirical Study on Asian Markets", *Working Paper*.
- Pattarathammas, S., et al., (2008), "Value at Risk and Expected Shortfall under Extreme Value Theory Framework: An Empirical Study on Asian Markets", *Working Paper*.
- Peavy, J. W., (1997), "Emerging Markets: Time to Invest?" *Emerging Markets Quarterly*, Vol. 1, No. 3, pp. 40-48.
- Peavy, J. W., (1997), "Emerging Markets: Time to Invest?" *Emerging Markets Quarterly*, Vol. 1, No. 3, pp. 40-48.
- Pearson, N., (2002), *Risk budgeting: Portfolio Problem Solving with Value at Risk*, John Wiley and Sons, Chichester.

- Perry, J., De Fontnouvelle, P., (2005), "Measuring Reputational Risk: The Market Reaction to Operational Loss Announcements", *Working paper*.
- Perignon, C., Smith, D. R., (2010), "The level and quality of Value at Risk disclosure by commercial banks", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 34, No. 2, pp. 362-377.
- Peters, E., (1994), *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment Analyzing and Forecasting Futures Prices and Economics*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Poon, H., (2005), *A Practical Guide to Forecasting Financial Market Volatility*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Pritsker, M., (1996), "Evaluating Value at Risk Methodologies: Accuracy Versus Computational Time", *Working Paper*, Wharton Financial Institutions Center.
- Prigent, L.J., (2007), *Portfolio Optimization and Performance Analysis*, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton.
- Pownall, R., Koedijk, K.G., (1999), "Capturing downside risk in financial markets: the case of the Asian crisis", *Journal of International Money and Finance*, Vol. 18, No. 6, pp. 853-870
- Pritsker, M., (2001), "The Hidden Dangers of Historical Simulation", *Board of Governors of the Federal Reserve System*, pp. 60-61.
- Pyle, D., (1997), "Bank Risk Management: Theory", *Conference on "Risk Management and Regulation in Banking*, Jerusalem, May 17-19.
- PWC, (2018), "Operational risk – a single standardised approach for all", *Workin paper*.
- Radivojevic, N., et. al. (2015), "The analysis of the modified RiskMetrics models performance on emerging markets: A case study of financial markets of former Yugoslav countries", *Poslovna ekonomija*, No. 1. pp. 141-158.
- Radivojevic, N., et. al. (2016a), "The new hybrid VaR approach based on EVT", *Estudios de Economia*, June, 2016.
- Радивојевић, Н., Јовановић, Г., (2017), Модели засновани на броју прекорачења за тестирање валидности ВаР модела, *Економски видици*, Вол. 22, бр. 4, стр. 323-333.
- Радивојевић, Н., ет. ал. (2016), „Traffic light” приступ: ограничења и критике, *Економски видици*, Вол. XXI, бр. 4, стр. 310.
- Радивојевић, Н., Милојковић, Д., Младеновић, Ж., (2016), „MHS модел вредности при ризику”, *Економски видици*, Вол. 21, бр. 1, стр. 15-24.

- Радивојевић, Н., Ђурчић, Н., Стиовић, И., (2016), „Traffic light приступ” Економски видици, Вол. 21, бр. 4, стр. 307-318.
- Радивојевић, Н., (2014), “Управљање тржишним ризицима на финансијским тржиштима у настајању применом модела вредности при ризику”, *Докторска дисертација*, Економски факултет у Крагујевцу.
- Radivojevic, N., et. al. (2015), “The analysis of the modified RiskMetrics models performance on emerging markets: A case study of financial markets of former Yugoslav countries“, *Poslovna ekonomija*, No. 1. pp. 141-158
- Радивојевић, Н., Милојковић, Д., Ђурчић, Н., (2015), “Апликативност непараметарских модела историјске симулације на тржиштима у настајању”, *Пословна економија*, бр. 2.
- Радивојевић., Н., (2011), “Капитални захтеви Народне банке Србије за покриће тржишног ризика банака: приступ интерних модела вредности при ризику”, *Ревизор*, вол. 14, бр. 53, стр. 101-111
- Radivojevic, N., Stojkovic, D., (2010), “The limitation of application of continuous trading methods on the belgrade stock exchange”, International Scientific Conference, Contemporary Issues in Economics, Business and Management, Faculty of Economics, University of Kragujevac, december.
- Radivojevic, N., et. al. (2010), “Testing the Applicability of Parametric and Nonparametric Methods of Value at Risk at the Serbian Capital Market”, *Banking*, No. 11-12, pp. 46-61
- Радивојевић, Н., ет ал (2010), “Апликативност историјске симулације вредности при ризику на тржишту капитала Србије” *Индустрија*, Економски институт, вол. 38, бр. 3, стр. 19-29
- Радивојевић, Н., ет ал (2009), “Ограничење примене савремене портфолио теорије на тржиштима у настајању – пример српског тржишта капитала” *Индустрија*, Економски институт, вол 37, бр. 4, стр. 1-13
- Радивојевић, Н.,(2009), “Могућност формирања оптималног портфолија на тржишту капитала Србије”, *Финансије*, Министарство Финансија РС, год. LXIV, бр. 1-6, стр. 170-182
- Radivojevic, N., Stancic, V., (2015), “The applicability of modified risk metrics model at emerging markets”, *International scientific conference, Contemporary Issues in Economics, Business and Management*, Faculty of Economics, university of Kragujevac.

- Радовић, О., Јоловић, А. (2000), “Волатилност као мера ризика и њено предвиђање”, *Економске теме*, бр. 1-2, стр. 641-658.
- Reilly, F., Brown, C.K., (2003), *Investment Analysis Portfolio Management*, McGraw Hill, New York.
- Reuse, S., (2010), “Comparing Variance/Covariance And Historical Simulation In The Context Of The Financial Crisis – Do Extreme Movements Have An Influence Onto Portfolio Selection?”, *Financial Assets and Investing*, No. 1, pp. 1-16.
- Reuse, S., (2008), “Definition und Ausprägung des Zinsänderungsrisikos”, у: Fröhlich, J., Geiersbach, K., Prasser, S., Rassat, T., Reuse, S., Steinwachs, P., (2008), *Zinsrisikomanagement*, Heidelberg, pp. 1-16.
- Robert, J., (2005), *A New Paradigm for Portfolio Risk*, The Handbook of Risk, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Rockafellar R. T., Uryasev, S. P., (2000), “Optimization of conditional value at risk”, *Journal of Risk*, Vol. 2, pp. 21-42.
- Rockafellar R. T., Uryasev, S. P., (2008), “Value at Risk vs. Conditional Value at Risk in Risk Management and Optimization”, *INFORMS*.
- Rogers, L. C. G., Satchell, S. E., Yoon, Y., (1994), “Estimating the volatility of stock prices: a comparison of methods that use high and low prices”, *Applied Financial Economics*, No. 4, pp. 241-247.
- Roll, R., Ross, S., (1984), “The Arbitrage Theory Approach to Strategic Portfolio Planning”, *Financial Analysts Journal*, Vol. 40, No. 3, , pp. 342-362.
- Roll, R., Ross, S., (1980), “An Empirical Investigation of Arbitrage Pricing Theory”, *Journal of Finance*, Vol. 35, No. 5, pp. 87-98.
- Rolfes, B., (1999), *Gesamtbanksteuerung*, Stuttgart.
- Ross, S., (1976), “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing”, *Journal of Economic Theory*, Vol. 13, No. 3, pp. 341-346.
- Rosso, G., (2015), Extreme Value Theory for Time Series using Peak-Over-Threshold method, Working paper.
- Rosenblatt, M., (1952), “Remarks on a Multivariate Transformation”, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 23, No. 3. 470-472.
- Rounvinez, C., (1997), “Going Greek with VaR”, *Risk*, No. 10, pp. 57-65.
- Rootzen, H., Klaupelberg, C. (1999). “A single number can't hedge against economic catastrophes”, *Ambio*, Vol. 28, No. 6, pp. 550-555. Preprint.

- Rose, S. P., Hudgins, S. C., (2005), *Bankarski menadžment i finansijske usluge*, Data status, Beograd.
- Ross, S., (1976), "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, Vol. 13, No. 3, pp. 341-346,
- Rosso, G., (2015), Extreme Value Theory for Time Series using Peak-Over-Threshold method, Working paper,
- Rossignolo, A., Fethib, M., Shaban, M., (2012), "Value-at-Risk models and Basel capital charges Evidence from Emerging and Frontier stock markets," *Journal of Financial Stability*, No. 8, pp. 303-319.
- Rossignolo, F. Adrian, Meryem Duygun Fethib, Mohamed Shaban (2013), "Market crises and Basel capital requirements: Could Basel III have been different? Evidence from Portugal, Ireland, Greece and Spain (PIGS)," *Journal of Banking & Finance*, Vol. 37, pp. 1323-1339.
- Rubia, A., Sanchis-Marco, L., (2017), "Measuring tail-risk cross-country exposures in the banking industry", *Revista de Economía Aplicada*, Vol. 25, No. 74, pp. 27-74.
- Sharpe, W., (1999), *Investments*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs.
- Sharpe, W., (1995), "Risk, Market Sensitivity and Diversification", *Financial Analysts Journal*, Vol. 51, No. 1, pp. 84-88.
- Samanta, P., et al., (2010), "Measuring Market Risk – An Application of Value at risk to Select Government Bonds in India, " *Reserve Bank of India Occasional Papers*, Vol. 31, No.1, pp. 2-32.
- Scandizzo, S., (2011), "A framework for the analysis of reputational risk", *The Journal of Operational Risk*, Vol. 6, No. 3, pp. 41-63.
- Schinassi, G., (1999), "Systemic Aspects of Recent Turbulence in Mature Markets", *Finance and Development*, March, IMF, pp. 30-33.
- Schroek G., (2002). *Risk Management and Value Creation in Financial Institutions*, John Wiley and Sons Inc., New Jersey.
- Schwizer, P., et al., (2010), "Misurazione controllodel rischio reputazionale", *Bancaria*, Vol. 66, No. 11, pp. 27-48.
- Shapiro, A. F. (2000), "A Hitchhiker's guide to the techniques of adaptive nonlinear models", *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 26, No. (2-3), pp. 119-132.
- Sharpe, W., (1995), "Risk, Market Sensitivity and Diversification", *Financial Analysts Journal*, Vol. 51, No. 1, pp. 84-88.

- Sharpe, W., (1992), “Asset Allocation: Management style and performance measurement”, *Journal of Portfolio Management*, Vol. 18, No. 2, pp. 324-367
- Sharpe, W., (1988), “Dynamic Strategies for Asset Allocation”, *Financial Analysts Journal*, Vol. 44, No. 1, pp. 16-27
- da Silva, A., et al., (2005), “Internal Models Validation in Brazil: Analysis of VaR Backtesting Methodologies”, *Revista Brasileira de Financ*, Vol. 4, No. 1, pp. 363-385.
- Stancic, P., et al., (2013), “Testing The Applicability Of The Brw Approach In The Emerging Stock Markets”, *Actual Problems of Economics*, No. 6, June, pp. 480-486.
- Stone, B., (1973), “A general class of three parameter risk measures”, *Journal of Finance*, No. 28, pp. 675–685.
- Su, E., Knowles, W.T., (2006), “Asian Pacific Stock Market Volatility Modeling and Value at Risk Analysis”, *Emerging Markets Finance and Trade*, Vol. 42, No. 2, pp. 18-62.
- Sukcharoensin, P., Sukcharoensin, S., (2010), “Applications of Statistical Distributions in Risk Management”, *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*, No. 26, pp. 65-84.
- Şener, E., Baronyana, S. and Mengütürk, L. (2012). “Ranking the predictive performances of value-at-risk estimation methods”, *International Journal of Forecasting* 28; 849–873.
- Tapiero, C., (2004), *Risk and Financial Management: Mathematical and Computational Methods*, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Tauchen, G.E. (1997), “New Minimum Chi-Square Methods in Empirical Finance,” in D.M. Kreps and K.F. Wallis, eds., *Advances in Economic Theory and Econometrics*, Seventh World Congress, Vol. 3, Cambridge University Press, Cambridge.
- Tavella, D., (2002), *Quantitative Methods in Derivatives Pricing: An Introduction to Computational Finance*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Tasche, D. (2013), *Expected shortfall is not elicitable. So what?*, Presentation at Imperial College, London.
- Terence, M., Raphael, M., (2008), *The Econometric Modeling of Financial Time Series*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Tokat, Y., Wicas, N., (2004), “Investing in Emerging Stock Markets”, *The Journal of Wealth Management*, Vol. 7. No. 2, pp. 68-80.
- Tokat, Y., (2006), *International Equity Investing: Investing in Emerging Markets*, *Investment Counseling and Research*, The Vanguard Group.

- Tseng, J. J., Li, S. P., (2011), "Asset returns and volatility clustering in financial time series", *Working Paper*.
- Van Horne, J., Wachowicz, J., (2007), *Fundamentals of Financial Management*, ninth edition, Prentice Hall International, Inc.
- Васиљевић, Б., (2005), *Основи финансијског тржишта*, четврто допуњено издање, Завет, Београд.
- Веселиновић, Н, Јоксимовић, Д., Бањанац, Р., Малетић, Д. Јоковић, Д. Лукић, Д., (2014), „Plasma Focus Studies in Serbia”, *Journal of Modern Physics*, 5, pp. 82-88.
- Vince, R., (2007), *The Handbook of Portfolio Mathematics*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Вујновић, М., (2007), *VaR анализа кредитног портфолиа банака*, Траг, Београд.
- Voit J., (2007), *The Statistical Mechanics of Financial Markets*, 3th editon, Springer, Berlin.
- Zamir, M., et al. (2017), "Exchange Rate Volatility in Pakistan and Its Impact on Selected Macro Economic Variables (1980-2014)", *iBusiness*, No. 9, pp. 167-187.
- Zangari P., (1996), "A Value at Risk analysis of currency exposures.", *RiskMetrics Monitor*, pp. 26-33.
- Zangari, P., (1996), "A VaR methodology for portfolios that include options", *RiskMetrics Monitor*, pp. 4-13.
- Zangari, P., (1996), "An improved methodology for measuring VaR", *RiskMetrics Monitor*, pp.7-25.
- Zangari, P., (1996), "When is non-normality a problem? The case of 15 time series from emerging markets", *RiskMetrics Monitor*, pp. 20-32.
- Zangari, P., (1997), "Streamlining the market risk measurement process", *RiskMetrics Monitor*, pp. 29-35.
- Zangari, P., (1997), "What risk managers should know about mean reversion and jumps in prices", *RiskMetrics Monitor*, pp. 12-41.
- Zikovic, S., Filer, R., (2013), "Ranking of VaR and ES Models: Performance in Developed and Emerging Markets", *Czech Journal of Economics and Finance*, Vol. 63, No. 4, p. 327.
- Zikovic, S., Prohaska, Z., (2010), "Optimization of Decay Factor in Time Weighted (BRW) Simulation, Implications for VaR performance in Mediterranean Countries, *Ekonomika istrazivanja*, Vol. 23, No. 1, pp. 73-85.

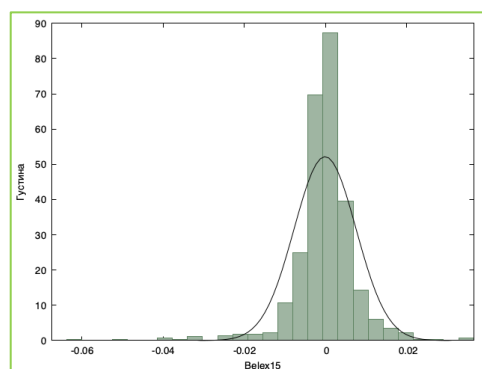
- Zikovic, S., Aktan, B., (2009), “Global financial crisis and VaR performance in emerging markets: A case of EU candidate states – Turkey and Croatia”, *Journal of Economics and Business*, Vol. 27, No. 1, pp. 149-170
- Zikovic, S., (2008), “Quantifying extreme risks in stock markets: A case of former Yugoslavian states”, *Zbornik radova Ekonomskog fakulteta u Rijeci*, Vol. 26, No. 1, pp. 41-68.
- Zikovic, S., (2007), “Testing Popular VaR Models in EU New Member and Candidate States”, *Journal of Economics and Business*, No. 25, pp. 325-346
- Zikovic, S., (2007), “Measuring Market Risk in EU New Member States”, Proceedings of 13th Dubrovnik Economic Conference, Croatian National Bank, Dubrovnik.
- Zikovic S., (2006), “Applying Hybrid Approach To Calculating VaR In Croatia”, Proceeding Of International Conference Of The Faculty Of Economics In Sarajevo – From Transition To Sustainable Development: The Path To European Integration, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina.
- Zikovic, S., (2010), “*Market Risk in Transitions Countries: Value at Risk Approach*”, Sveučilište u Rijeci, Ekonomski fakultet u Rijeci, Rijeka.
- Zikovic, S., (2010), “Implications of Actively Managing Market Risk via Value at Risk Methodology in Commercial Banks” *Working Paper*.
- Zikovic, S., Filer, K. R., (2009), “Hybrid Historical Simulation VaR and ES: Performance in Developed and Emerging”, *CESIFO Working Paper*, No. 282.
- Ziegele, D., et. al (2013), A new set of improved value- at-risk backtests, Working paper, No. 29.
- Wilmott, P., (2007), *Introduces Quantitative Finance*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Шошкић, Д., (2000), *Хартије од вредности: Управљање портфолиом и инвестициони фондови*, Економски факултет у Београду, Београд.
- Xiao, L., Aydemir, A., (2007), *Volatility modelling and forecasting in finance, Forecasting Volatility in the Financial Markets*, Butterworth-Heinemann publications, Oxford.
- Xiong, J., X., Idzorek, T., (2011), “The Impact of Skewness and Fat Tails on the Asset Allocation Decision”, *Financial Analysts Journal*, Vol. 67, No. 2, pp. 23-35
- Xiong, J., X., (2010), “Using Truncated Lévy Flight to Estimate Downside Risk”, *Journal of Risk Management in Financial Institutions*, Vol. 3, No. 3, 231–242.

- Yamai, Y., Yoshida, T., (2002), On the Validity of Value at Risk: Comparative Analyses with Expected-Shortfall, *Working Paper*, Bank of Japan, Institute of Monetary and Economic studies.
- Wald, A., Wolfowitz, J., (1940), "On a Test Whether Two Samples are from the Same Population", *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 11, No. 2, pp. 147–162.
- Wilson, T. C., (1994), "Plugging the gap", *Risk*, No. 7, pp. 74-80.
- Wimmerstedt, L. (2015), Backtesting Expected Shortfall: the design and implementation of different backtests, Working paper,
- Winkler, R. L., (1994), "Evaluating probabilities: asymmetric scoring rules", *Management Science*, No. 40, p. 1395-1405.
- Woll, A., (1996), *Wirtschaftslexikon*, Munich/Wien.
- Woolbridge, M., J., (2003), *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, MIT press, Massachusetts.
- Wong, C. S. M., Cheng, Y. W., Wong, Y. P. C., (2003), "Market risk management of banks: Implications from the accuracy of VaR forecasts", *Journal of Forecasting*, Vol 22, No. 1, pp. 22-33.

Прилог

A1. Одступања емпиријске од нормалне дистрибуције тржишног индекса

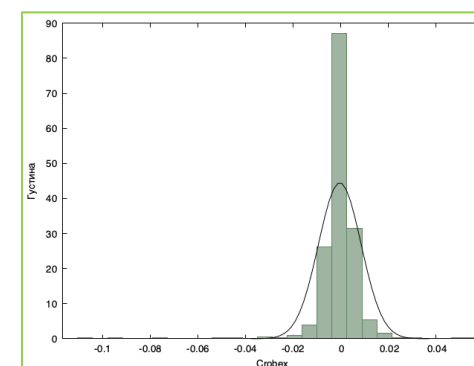
Belex15



Извор: Аутор

A2. Одступања емпиријске од нормалне дистрибуције

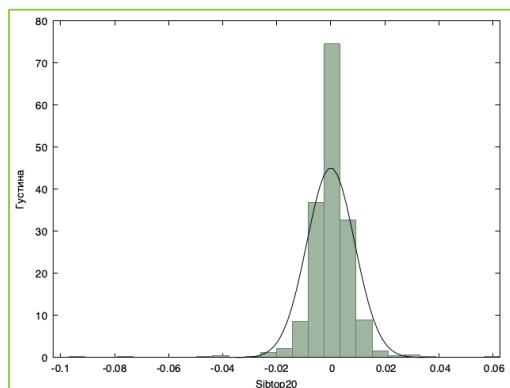
тржишног индекса Crobex



Извор: Аутор

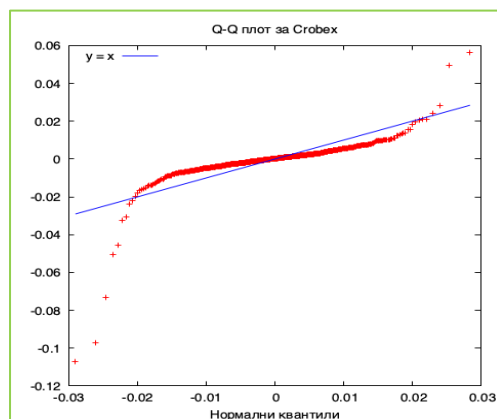
А3. Одступања емпиријске од нормалне дистрибуције тржишног индекса

Sbitop20



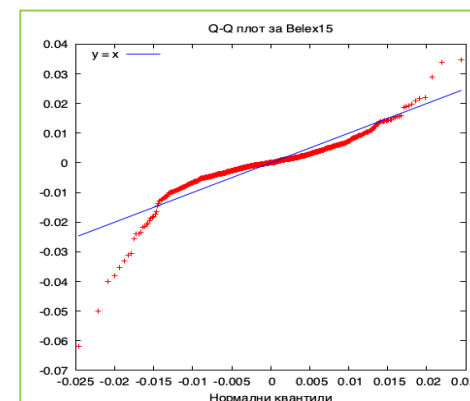
Извор: Аутор

А5. QQ график за Сrobex



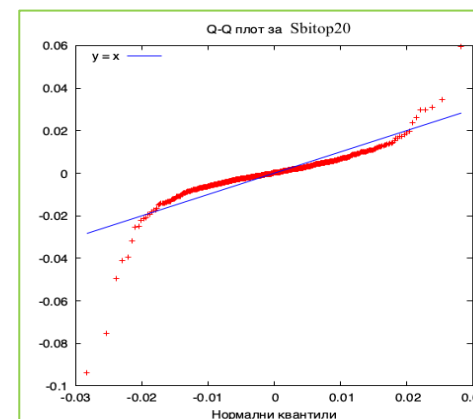
Извор: Аутор

А4. QQ график за Belex15



Извор: Аутор

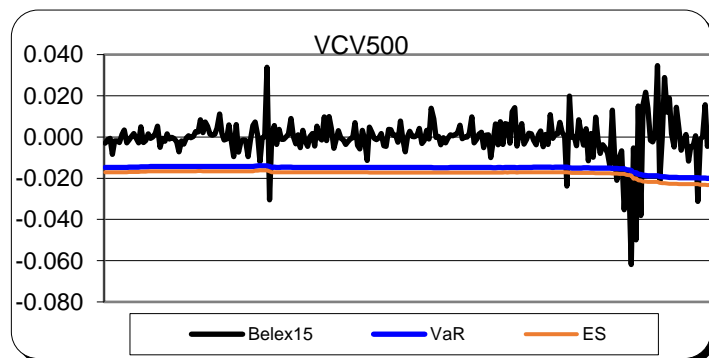
А6. QQ график за Sbitop20



Извор: Аутор

A7. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене

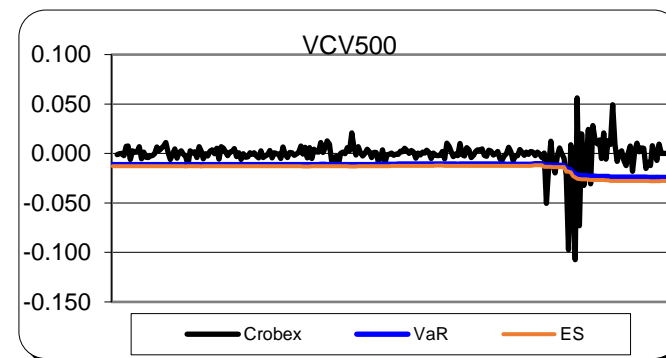
VaR и ES



Извор: Аутор

A8. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене

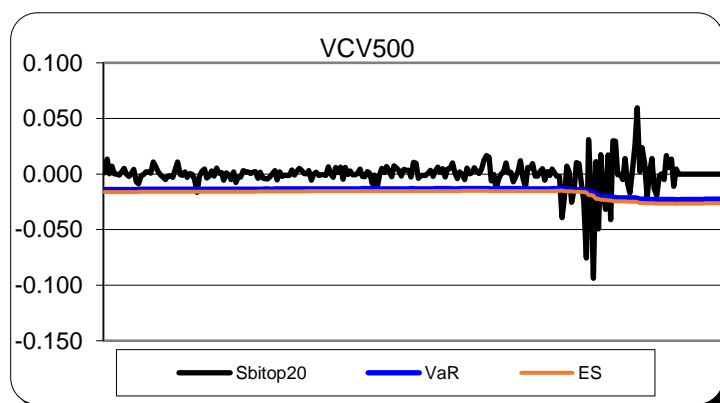
VaR и ES



Извор: Аутор

A9. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене

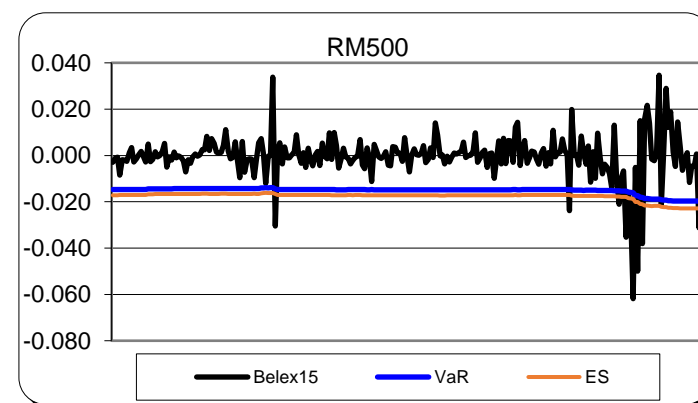
VaR и ES



Извор: Аутор

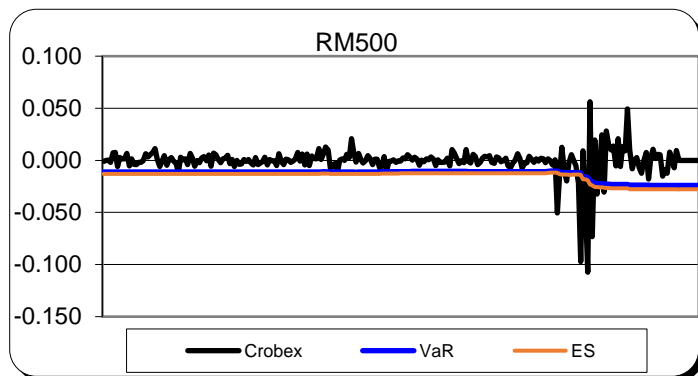
A10. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене

VaR и ES



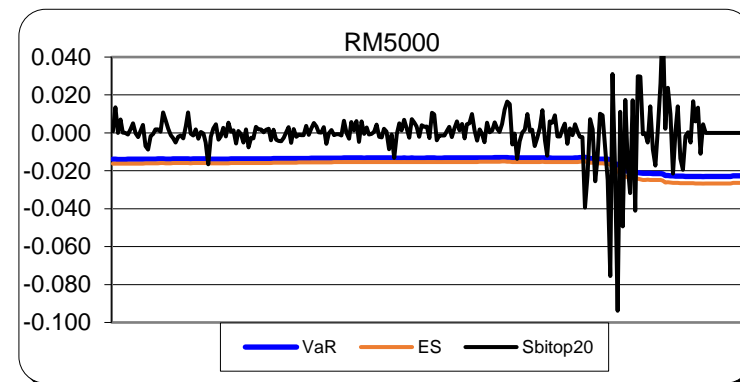
Извор: Аутор

A11. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES



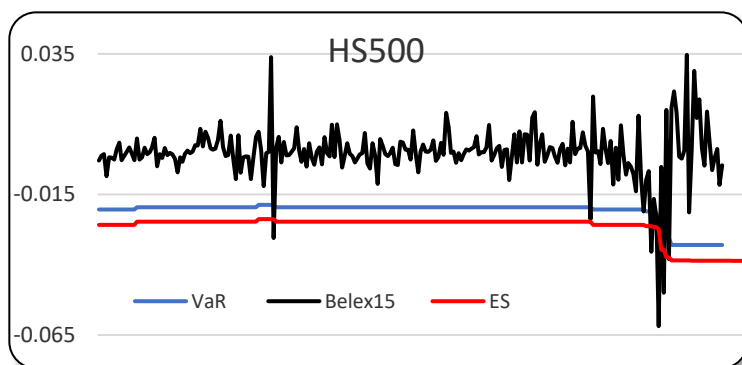
Извор: Аутор

A12. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES



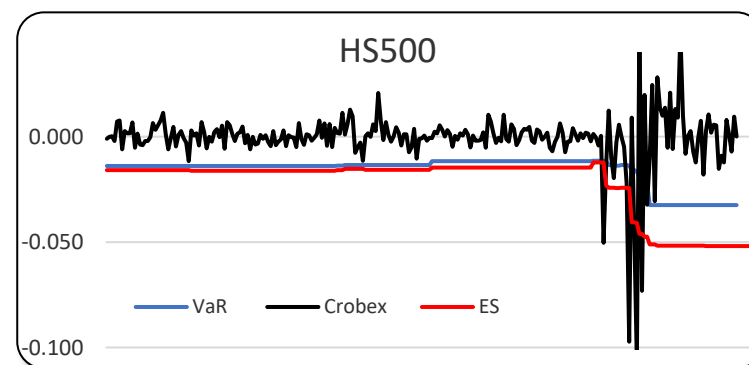
Извор: Аутор

A13. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES



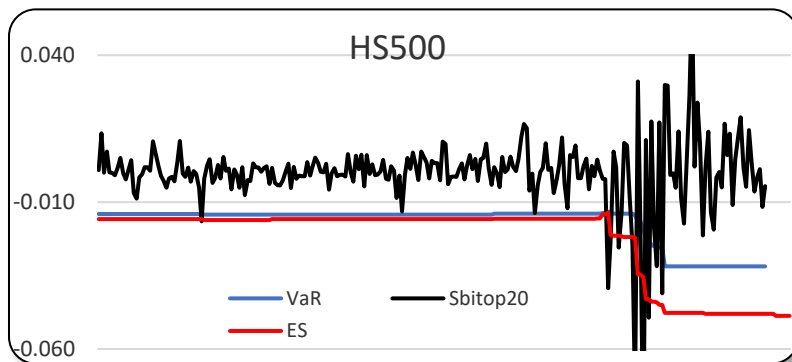
Извор: Аутор

A14. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES



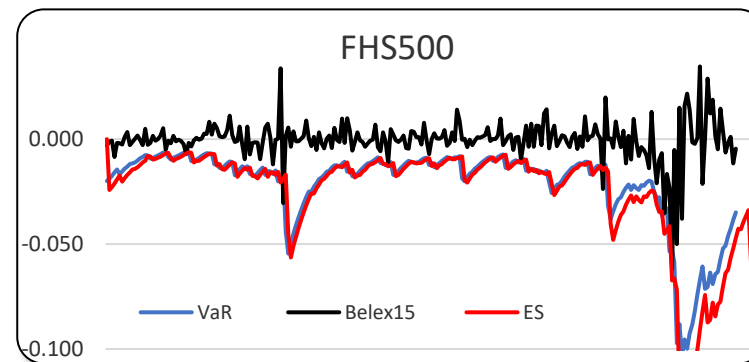
Извор: Аутор

A15. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES



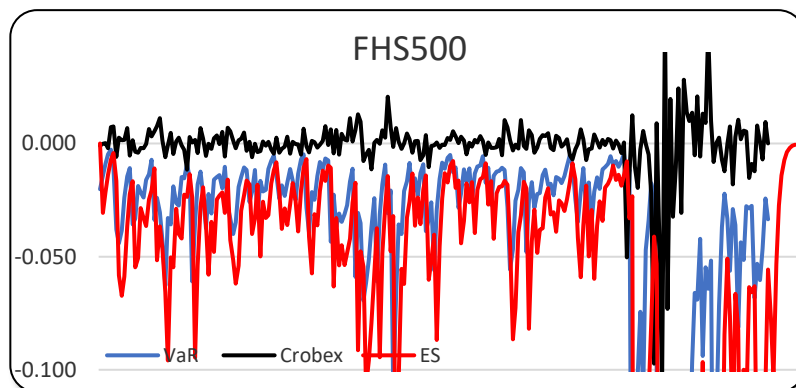
Извор: Аутор

A16. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES



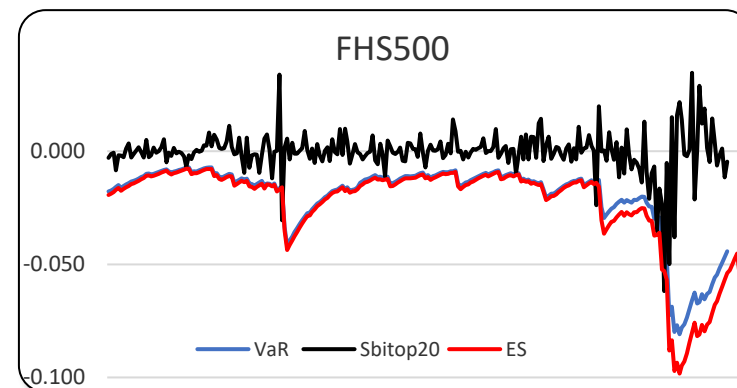
Извор: Аутор

A17. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES



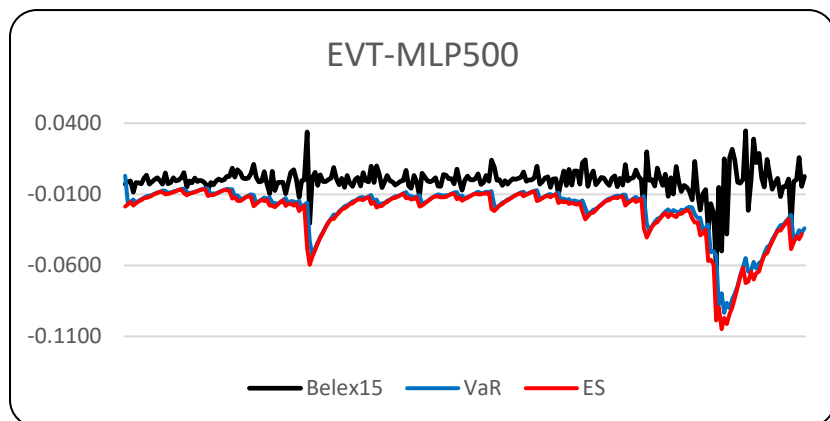
Извор: Аутор

A18. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES



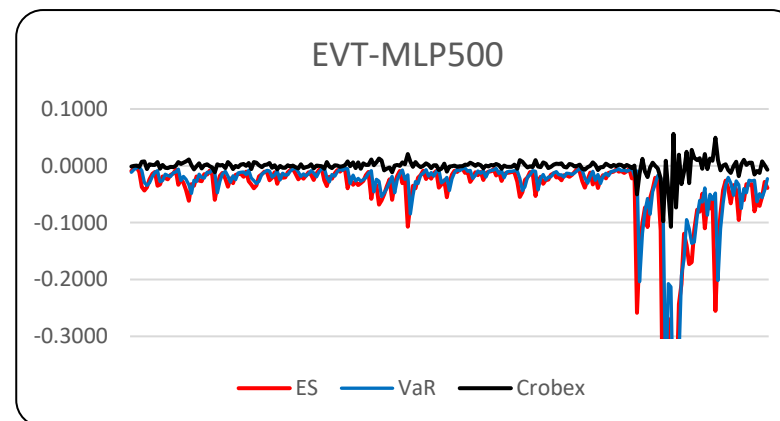
Извор: Аутор

A19. Кретање стварног приноса индекса Belex15 и процене VaR и ES



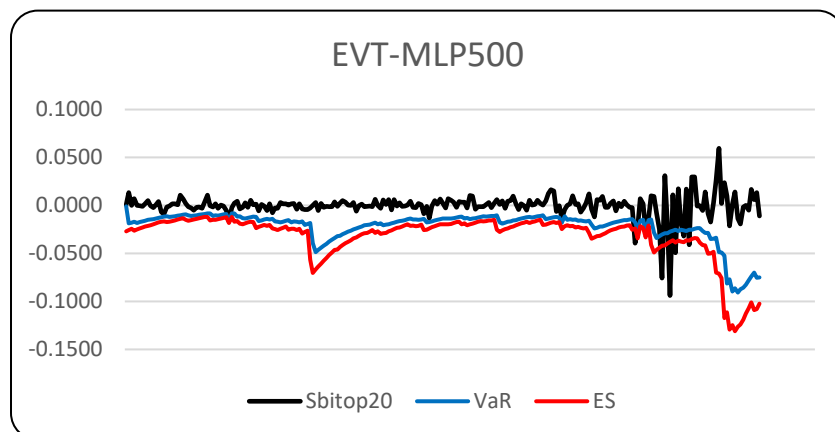
Извор: Аутор

A20. Кретање стварног приноса индекса Crobex и процене VaR и ES



Извор: Аутор

A21. Кретање стварног приноса индекса Sbitop20 и процене VaR и ES



Извор: Аутор